

## مطالعات آزمایشگاهی و عددی اثر پارامترهای هیدرودینامیکی بر عملکرد فلوتاسیون ستونی با استفاده از خوراک صنعتی

سمیرامیس نصیری مقدم<sup>۱</sup>، علی محبی<sup>۱\*</sup>، محسن کریمی<sup>۲</sup>، محمدرضا یاراحمدی<sup>۳</sup>

۱- گروه مهندسی شیمی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران  
۲- گروه مهندسی شیمی، دانشکده شیمی و مهندسی شیمی، دانشگاه صنعتی چالمرز، گوتنبرگ، سوئد  
۳- مجتمع مس سرچشمه، کرمان، ایران

### چکیده

فلوتاسیون ستونی بعنوان یک روش با عملکرد بالاتر متالورژیکی در مقایسه با سلولهای مکانیکی معمولی برای فرآوری مواد معدنی انتخاب مناسب تری می باشد. در این مطالعه به کمک دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)، شبیه سازی سه بعدی ناپایدار و بصورت دوفازی (پالپ و گاز) همراه با اندازه گیری های آزمایشگاهی برای محاسبه ثابت نرخ فلوتاسیون ( $K$ ) در یک سلول فلوتاسیون ستونی آزمایشگاهی با خوراک صنعتی مجتمع مس سرچشمه انجام شد. برای بررسی اثر اندازه حباب بر روی ثابت نرخ فلوتاسیون از مدل موازنه جمعیت (PBM) استفاده گردید. شبیه سازی ها بر اساس روش اولرین-اولرین و مدل توربالنت  $k-\varepsilon$  انجام شده است. برای اعمال مقادیر موضعی جریان در مدل سینیتیکی ثابت نرخ فلوتاسیون، از توابع مختلفی نوشته شده توسط کاربر (UDFs) استفاده شده است. نتایج شبیه سازی با مقایسه با داده های آزمایشگاهی اعتبارسنجی شد. تاثیر نیروهای سطحی (لیفت و جرم مجازی) بر تخمین ثابت نرخ فلوتاسیون ارزیابی شده است. اثر دانسیته پالپ بر روی ثابت نرخ فلوتاسیون مورد مطالعه قرار گرفته است که نتایج بدست آمده نشان می دهد افزایش غلظت پالپ باعث کاهش ثابت نرخ فلوتاسیون می شود. همچنین تاثیر سرعت ظاهری گاز بر روی ماندگی گاز و شار سطحی حباب نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. مقایسه نتایج شبیه سازی و داده های آزمایشگاهی نشان می دهد که اثر توزیع اندازه حباب بر روی ثابت نرخ فلوتاسیون پیش بینی شده ناچیز است.

حقوق ناشر محفوظ است.

### مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۲۹ دی ۱۳۹۹

دریافت پس از اصلاح: ۱۵ اردیبهشت ۱۴۰۰

پذیرش نهایی: ۱ تیر ۱۴۰۰

### کلمات کلیدی:

دینامیک سیالات محاسباتی  
سلول فلوتاسیون ستونی  
روش اولرین-اولرین  
ثابت نرخ فلوتاسیون  
مدل موازنه جمعیت

\* عهده دار مکاتبات

amohebbi2002@yahoo.com

amohebbi@uk.ac.ir

## ۱- مقدمه

فلوتاسیون مهمترین و پرکاربردترین روش برای جداسازی مواد معدنی است و پیوسته در فرآوری مواد معدنی در حال گسترش و پیشرفت می‌باشد. اختلاف بین خصوصیات فیزیکی و شیمیایی سطوح ذرات معدنی مبنای فلوتاسیون می‌باشد. پس از مخلوط شدن ذرات با مواد شیمیایی، تفاوت در خصوصیات سطح مواد معدنی موجود در پالپ ظاهر می‌شود. به منظور صورت گرفتن فرآیند فلوتاسیون حبابهای هوا باید قادر باشند که به ذرات متصل شده و آنها را به سطح آب حمل کنند. این فرآیند به ذرات نسبتاً ریز منحصر می‌گردد در حالی که در مورد ذرات درشت، نیروی جاذبه بر نیروی چسبندگی غلبه می‌کند و باعث می‌شود حباب‌های هوا بارهای خود را آزاد کنند [۱].

با افزایش تقاضا برای فلوتاسیون ستونی، درک دقیق مکانیزم و عوامل اساسی موثر بر آن به منظور بهبود عملکرد این روش ضروری می‌باشد. از آنجا که رفتارهای چندفازی در یک سلول فلوتاسیون ستونی پدیده پیچیده‌ای است (شامل سه فاز و برهمکنش آنها)، برای دستیابی به فهم دقیق از میدان جریان، مطالعه هیدرودینامیکی مورد نیاز است [۲]. از میان فاکتورهای موجود، مشخصات هیدرودینامیکی فلوتاسیون ستونی را می‌توان از طریق متغیرهای مختلف مانند میانگین ماندگی گاز، میانگین سرعت محوری مایع، توزیع اندازه حباب، میانگین قطر حباب، سرعت جریان هوا و شار سطحی حباب اندازه‌گیری کرد [۳]. ماندگی گاز پارامتر قابل توجهی است که به راحتی قابل ارزیابی است و در کنترل ستون قابل استفاده می‌باشد [۴]. اثر سرعت ظاهری گاز بر ماندگی گاز در محلولهای با ویسکوزیته مختلف ارزیابی شده است [۵] که در آن نتایج نشان داده است که سرعت ظاهری گاز مستقیماً بر میزان ماندگی گاز تاثیر می‌گذارد (به عنوان مثال افزایش سرعت جریان گاز باعث افزایش ماندگی گاز در یک سلول فلوتاسیون ستونی می‌شود).

به عنوان یک روش شبیه‌سازی مناسب در طراحی و بهینه‌سازی دستگاههای فرآوری مواد معدنی، در سالهای اخیر دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) مورد مطالعه و توجه بسیاری قرار گرفته است [۶-۱۲]. این روش می‌تواند برای پیش‌بینی ویژگی‌های هیدرودینامیکی و شرایط عملیاتی و عملکرد فلوتاسیون ستونی مورد استفاده قرار بگیرد. شبیه‌سازی‌های متعددی با روش دینامیک سیالات محاسباتی برای مطالعه فرآیند فلوتاسیون ستونی صورت گرفته است. در یکی از این مطالعات، یک مدل دو بعدی و دوفازی توسط دنگ و همکارانش [۱۳] در سال ۱۹۹۶ در یک سلول فلوتاسیون

ستونی بوسیله روش دینامیک سیالات محاسباتی انجام شده و تاثیر پارامترها بر روی برخی از مشخصات جریان ارزیابی شده است. آنها دریافتند که جهت بردار سرعت در قسمت مرکزی ستون از یک روند صعودی پیروی می‌کند، در حالی که در نزدیکی‌های دیواره‌های ستون یک روند نزولی مشاهده گردید. نتایج نشان می‌دهد که جریان گاز منجر به گردش مایع و در نتیجه مخلوط شدن مایع در ستون می‌شود. آنها در ستون فلوتاسیون جریان را فقط بصورت آرام (یعنی بدون در نظر گرفتن اثرات تلاطم بر روی مایع) در نظر گرفتند و همچنین نتایج آنها با داده‌های تجربی مقایسه نشده است.

شیا و همکارانش [۱۴] در سال ۲۰۰۶، یک مطالعه عددی را با استفاده از مدل دو بعدی اولرین-لاگرانژ برای شبیه‌سازی الگوهای جریان چندفازی برای ستونهای پُر شده و بَفل‌دار با هندسه‌های مختلف از ستونهای بَفل‌دار، پُر شده و باز انجام دادند. آنها نتیجه گرفتند که بَفل‌ها یا پُرکن‌ها می‌توانند اثر مخلوط کردن مایع در ستونها را کاهش دهند. در این مطالعه اثرات تلاطم در شبیه‌سازی‌ها در نظر گرفته نشده است.

چاکرابورتی و همکارانش [۱۵] در سال ۲۰۰۹، برای ارزیابی اثر پارامترهای مختلف بر روی هیدرودینامیک یک ستون فلوتاسیون استوانه‌ای، مطالعه عددی را با استفاده از رویکرد اولرین-اولرین انجام دادند. بر اساس نتایج حاصل جریان ناپایدار سه بعدی، پیشنهادها مختلفی برای انجام یک جداسازی مناسب در فلوتاسیون ستونی با نرخ جریان هوای کم، نسبت ارتفاع به قطر کم و اسپارجر با توزیع یکنواخت حبابها ارائه شده است. کو و شوارتز [۱۶] در سال ۲۰۰۹ با استفاده از CFX4.4 هیدرودینامیک جریان را از طریق رویکرد اولرین-اولرین در یک سلول فلوتاسیون جیم‌سون و میکروسول ارزیابی کردند. آنها پی بردند که حجم موضعی نرخ اتلاف توربالنت بر نرخ جدا شدن ذرات-حباب موثر بوده، بنابراین شناسایی مناطق با نرخ‌های اتلاف توربالنت بالا را حائز اهمیت می‌باشد.

ندیم و همکارانش [۱۷] در سال ۲۰۰۹ برای محاسبه احتمالات برخورد ذرات ریز در سلولهای فلوتاسیون از کد تجاری CFD (Fluent 6.0) با روش اولرین-لاگرانژ استفاده نمودند. آنها به این نتیجه دست یافتند که احتمال برخورد محاسبه شده ذرات ریز با داده‌های منتشر شده مطابقت خوبی دارند، همچنین مقادیر بازده برخورد بالاتری برای حبابهای کوچکتر نسبت به حبابهای بزرگتر بدست آمد.

سرهان و همکارانش [۱۸] در سال ۲۰۱۶ از نرم افزار AVL FIRE 2009.2 CFD برای ایجاد یک مدل عددی به

بر نیروی درگ، نیروهای لیفت و جرم مجازی نیز در این شبیه سازی‌ها در نظر گرفته شده‌اند. نتایج حاصل از دینامیک سیالات محاسباتی نیز با استفاده از داده‌های تجربی بدست آمده از یک فلوتاسیون ستونی آزمایشگاهی اعتبارسنجی شده‌اند.

## ۲- مطالعه آزمایشگاهی

### ۲-۱- سلول فلوتاسیون ستونی آزمایشگاهی

تمامی آزمایشات در یک سلول فلوتاسیون ستونی در مقیاس آزمایشگاهی در مجتمع مس سرچشمه انجام شده است که یکی از بزرگترین مجتمع‌های صنعتی جهان می‌باشد که روزانه ۴۱۱۶۷ تن سنگ خرد شده با متوسط مقدار مس ۱ درصد در خلوص نهایی ۳۲ درصد را فرآوری می‌کند. این کارخانه فرآوری مواد معدنی با ستونهای مدار رافر مجهز شده است. شماتیکی از ستون فلوتاسیون آزمایشگاهی در شکل (۱-الف) و ستون فلوتاسیون آزمایشگاهی ساخته شده در مجتمع مس سرچشمه در شکل (۱-ب) نشان داده شده است.

بر اساس نسبت ابعاد ستونهای فلوتاسیون صنعتی و نیمه صنعتی، یک ستون فلوتاسیون با حجم ۷ لیتری برای انجام آزمایشات طراحی و ساخته شده است. این ستون استوانه‌ای می‌باشد و برای اینکه سطح پالپ به راحتی قابل مشاهده باشد، از پلکسی گلاس شفاف ساخته شده است. قطر و ارتفاع ستون به ترتیب ۱۰ سانتیمتر و ۱۰۰ سانتیمتر می‌باشد. برای ثابت نگه داشتن سطح پالپ در ستون، آزمایشاتی انجام می‌شود تا عمق کف به حداقل برسد. یک استوانه متخلخل از جنس پلی اتیلن پوشیده شده با یک فیلتر پارچه‌ای به عنوان اسپارجر در پایین ستون نصب شده است تا هوا را بر روی سطح مقطع ستون بصورت یکنواخت توزیع کند.

نمونه‌های ۴۷۷ گرمی ماده معدنی مس در ستون فلوتاسیون با افزودن معرف‌های معینی که بطور ثابت در هر فرآیند اضافه شده‌اند، فرآوری می‌شوند. تجزیه شیمیایی نمونه موجود  $\text{Cu}$  ۰/۹۴٪،  $\text{Fe}$  ۵/۳۴٪،  $\text{Mo}$  ۰/۰۳۵٪،  $\text{SiO}_2$  ۳۸/۲۲٪ و  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ۱۱/۸۹٪ را نشان می‌دهد (جدول ۱). در اینجا pH فرآیند در آزمایشات با افزودن آهک (CaO) در ۱۲ تنظیم شده است. نخست کلکتورها (سدیم ایزوپروپیل گزانتات (Z11) و مرکاپتوبنوتیازول (F7240)) به ترتیب به میزان ۱۵ و ۲۵ گرم بر تن بصورت همزمان برای افزایش آب‌گریزی کانی‌های با ارزش به پالپ اضافه می‌شوند و مدت زمان ۲ دقیقه اجازه داده

منظور ارزیابی اثر ذرات جامد بر ائتلاف حباب<sup>۱</sup> و شکست حباب<sup>۲</sup> در یک سلول فلوتاسیون ستونی استفاده کردند. آنها مدل‌های چندفازی اولرین-اولرین و توربالنت  $k-\epsilon$  استاندارد را در شبیه‌سازی‌های خود اعمال نمودند. معادله موازنه جمعیت (PBE) برای ارزیابی تغییرات در اندازه حبابها اعمال کردند. نتیجه بدست آمده از مطالعات آنها حاکی از این می‌باشد که وجود ذرات جامد باعث کاهش ماندگی گاز می‌شود و همچنین افزایش سرعت گاز ظاهری، اندازه حبابها را کاهش داده که منجر به افزایش ماندگی گاز می‌گردد. سرهان و همکارانش [۱۹] همچنین در سال ۲۰۱۸، اثرات پارامترهای مختلف مانند نوع ذرات، دانسیته، ترشوندگی و غلظت و سرعت ظاهری گاز را بر روی شار سطحی حباب مورد بررسی قرار دادند. این مطالعه نشان داد که افزایش هم غلظت جامد و هم سرعت ظاهری گاز باعث کاهش شار سطحی حباب می‌شود.

اکثر شبیه‌سازی‌های انجام شده با دینامیک سیالات محاسباتی برای فلوتاسیون ستونی در منابع مرتبط موجود هستند [۱۳-۱۹] که در این مطالعات نیروهای لیفت و جرم مجازی در نظر گرفته نشده‌اند و شبیه‌سازی‌ها فقط برای یک ماده معدنی بدون در نظر گرفتن مدل موازنه جمعیت انجام شده که در آنها نیروی درگ به تنهایی و به عنوان نیروی غالب در نظر گرفته شده است. یکی از موارد مهم در فرآیند فلوتاسیون ستونی وجود ماده معدنی مختلف است که در فرآیند فلوتاسیون و بازیابی مواد معدنی موثر می‌باشد. در شبیه‌سازی‌های انجام گرفته با دینامیک سیالات محاسباتی فقط یک ماده معدنی (بصورت غالب در نمونه) در فلوتاسیون ستونی در نظر گرفته شده است.

در این مطالعه یک شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی سه بعدی همراه با مدل موازنه جمعیت بر اساس رویکرد چندفازی اولرین-اولرین و مدل اساسی فلوتاسیون توسعه یافته توسط پایک برای محاسبه ثابت نرخ فلوتاسیون انجام شده است. در این مطالعه، تعیین قطر حبابها با استفاده از روش تصویربرداری و تجزیه و تحلیل آن بوسیله نرم افزار WipFrag Momentum صورت گرفته است. یک شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی سه بعدی ناپایدار و دوفازی همراه با مدل موازنه جمعیت با خوراک صنعتی مجتمع مس سرچشمه درون یک سلول فلوتاسیون ستونی برای نخستین بار در ایران است که انجام می‌شود. برای تاثیر اندازه حبابها بر روی ثابت نرخ فلوتاسیون مدل موازنه جمعیت نیز اعمال شده است. علاوه

<sup>2</sup> Bubble breakup

<sup>1</sup> Bubble Coalescence

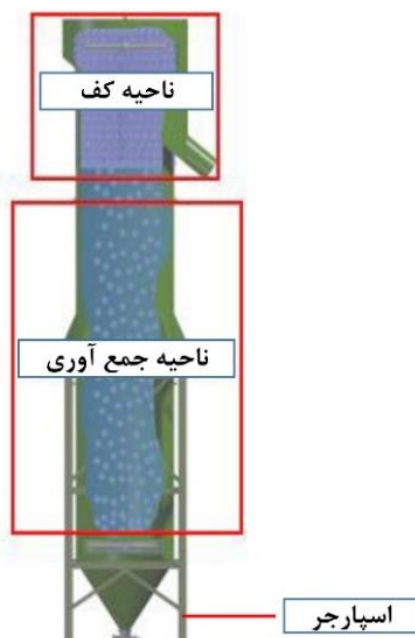
می‌شود تا با هم مخلوط شوند. سپس کف سازها (MIBC و Nasfroth) هر کدام به میزان ۱۵ گرم بر تن به پالپ اضافه شده و برای ۱ دقیقه دیگر باهم مخلوط می‌گردند. در نهایت، هوا از طریق فلومتر با سرعت‌های ظاهری گاز ۱/۵ cm/s از کف ستون وارد می‌شود و کندانسرها در زمان‌های تجمعی ۰/۵، ۱/۵، ۴ و ۸ دقیقه و نیز مواد باطله در ظروف جداگانه جمع‌آوری شده و سپس فیلتر، خشک و وزن شده‌اند. برای اندازه‌گیری اندازه ذرات معدنی از دستگاه توزیع اندازه ذرات FRITSCH

جدول (۱) خلاصه ای از نتایج آنالیز شیمیایی و کانی شناسی نمونه مورد استفاده در تحقیق حاضر بر حسب درصد

مس	آهن	مولیبدن	سیلیس	آلیت	اکسید مس
Cu	Fe	Mo	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CuO
۰/۹۴	۵/۳۴	۰/۰۳۵	۳۸/۲۲	۱۱/۸۹	۰/۲۳
درصد مس اکسیدی	کالکوپیریت	کالکوسیت	کوولیت	پیریت	کالکوپیریت/کالکوسیت
CuO/Cu	CP	CC	CV	Py	CC/CP
۱۱/۰۴	۵/۹۰	۰/۸۳۵	۰/۰۷۱	۱۴/۴۱۶	۶/۵۲

\*نمونه آزمایشی حاوی مقادیر ناچیزی (تقریباً ۴/۵٪) از مواد معدنی آسفالریت، بورنیت، مولیبدنیت، هماتیت و بورنیت می‌باشد که حاصل جمع مقادیر در مجموع به صد می‌رسد.

درون ستون با گاز و کم کردن آن از ارتفاع سیال در حالت بدون گاز محاسبه شده است.



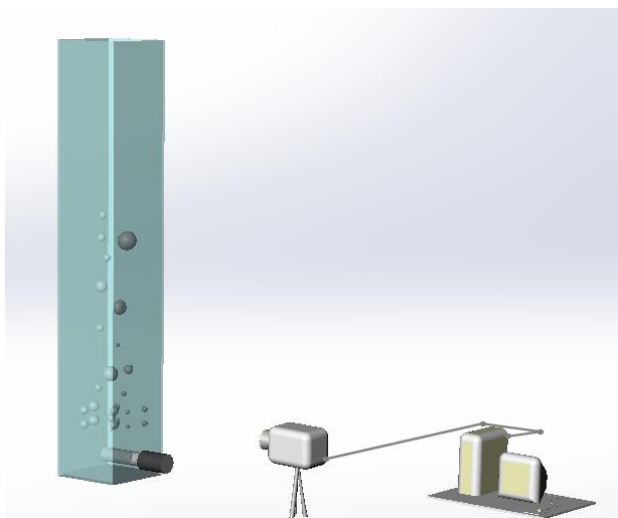
(الف)

این آزمایشات برای سرعت‌های ظاهری گاز ۰/۷ cm/s، ۰/۹۳، ۱/۲۲، ۱/۵، ۱/۶۷ و ۲/۲۳ انجام شده است. میانگین قطر حباب از طریق روش تصویربرداری انجام شده و برای همه آزمایشات انجام شده در سرعت ظاهری گاز ۱/۵ cm/s تقریباً ۲/۸ میلی‌متر محاسبه گردیده است. بنابراین با استفاده از این روش میانگین قطر حباب برای سرعت‌های ظاهری مختلف گاز اندازه‌گیری شده است. تمام پارامترهای دیگر مانند pH، در صد جامد، مقادیر کلکتور و کفساز برای همه آزمایشات ثابت نگه داشته شده‌اند. برای تعیین ثابت نرخ فلوتا سیون ( $K$ ) به عنوان تابعی از اندازه ذرات، معادله درجه اول ( $R = R_{max}(1 - e^{-Kt})$ ) استفاده شده است [۲۰].

طبق روش توسعه یافته توسط شی و ناپیر-مان [۲۱] برای اندازه‌گیری ویسکوزیته پالپ، تنش برشی به عنوان تابعی از نرخ برشی در یک ویسکومتر (MCR-301 ساخت شرکت Anton Par) بدست آمده است. رابطه تقریباً خطی بین تنش برشی و نرخ برشی نشان می‌دهد که در اینجا پالپ یک سیال تقریباً نیوتنی است.

روش اندازه‌گیری ماندگی گاز به دو دسته اندازه‌گیری ماندگی گاز کلی و ماندگی گاز موضعی تقسیم می‌شود. با ورود گاز به داخل ستون، حجم سیال درون ستون افزایش می‌یابد بنابراین میانگین ماندگی گاز کلی با اندازه‌گیری ارتفاع سیال

شکست بین هوا و آب، توپهای رنگی بسیار کوچکی به قطر ۵ میلیمتر به ستون اضافه شد. با تجزیه و تحلیل تصاویر از طریق نرم افزار WipFrag Momentum و مقایسه دامنه اندازه مشخص توپهای کوچک با اندازه بدست آمده از تصویربرداری، اندازه حبابها تخمین زده می‌شود. میانگین حسابی اندازه حبابها با تقسیم مجموع قطرهای کروی معادل به تعداد کل حبابها محاسبه شده است. قطر کروی معادل یک حباب با شکل نامنظم، قطر کروی با حجم معادل آن شکل نامنظم می‌باشد.



شکل (۲) شماتیکی از نحوه اندازه‌گیری اندازه حباب

### ۳- مطالعات دینامیک سیالات محاسباتی

#### ۳-۱- ثابت نرخ فلوتاسیون ( $K$ )

فرآیند فلوتاسیون شامل سه فرآیند فرعی برخورد، چسبندگی و دفع می‌باشد. درصد ذرات حذف شده از پالپ ( $E_{coll}$ ) به عنوان محصولی از سه تابع احتمال بازده برخورد، بازده چسبندگی و بازده دفع (جدا شدن ذرات از حبابها) تعریف شده است. مدل سینتیکی فلوتاسیون به صورت معادله زیر بیان شده است [۲۴]:

$$\frac{dN_p}{dt} = KN_p = -Z_{pb} \times E_c \times E_a \times E_s \quad (1)$$

که  $N_p$  و  $Z_{pb}$  به ترتیب تعداد ذرات و برخورددهای حباب-ذرات هستند که واحد  $Z_{pb}$  [ $m^{-3}s^{-1}$ ].  $K$  ثابت نرخ فلوتاسیون،  $E_c$ ،  $E_a$  و  $E_s$  به ترتیب بازده های برخورد، چسبندگی و دفع هستند.



(ب)

شکل (۱- الف) شماتیکی از ستون فلوتاسیون آزمایشگاهی مجتمع مس سرچشمه (ب) ستون فلوتاسیون آزمایشگاهی مجتمع مس سرچشمه

#### ۲-۲- اندازه‌گیری اندازه حباب

اندازه حباب یک پارامتر کلیدی می‌باشد که بر بازده فرآیند فلوتاسیون تاثیر می‌گذارد. از نظر عملیاتی و طراحی، آگاهی از توزیع حبابهای هوا در سیستم ضروری است. از روش های مختلفی برای اندازه‌گیری اندازه حباب هوا در یک سلول فلوتاسیون استفاده می‌شود که شامل گرفتن عکس یا فیلم برای تجزیه و تحلیل تصویر، مقاومت الکتریکی، تکنیک های تجسم با سنسورهای نوری و فناوری صفحه متخلخل می‌باشند [۲۲]. در این میان، تجزیه و تحلیل عکس و تصویر از متداول ترین روشها برای سلولهای فلوتاسیون می‌باشد.

در این مطالعه، قطر حباب از طریق نرم افزار WipFrag Momentum (V 4.1) [۲۳] مورد آنالیز قرار گرفت که با کمک این روش می‌توان به راحتی اندازه حباب محاسبه نمود. برای این منظور از ورق‌های شیشه‌ای با ضخامت ۴ میلیمتر برای ساختن یک ستون مستطیل شکل با هندسه‌ای مشابه ستون آزمایشگاهی استفاده شد (شکل (۲)). پس از رسیدن به شرایط پایدار، همچنان که حبابها درون ستون بالا می‌روند، تصاویر توسط یک دوربین حرفه‌ای گرفته شده و با کمک یک رایانه تصاویر تجزیه و تحلیل شده‌اند. برای از بین بردن اثر ضریب

شامل نیروهای برهمکنش مانند نیروهای درگ، لیفت و جرم مجازی هستند.

ترم تنش فاز  $q$  به صورت زیر محاسبه شد [۲۷]:

$$\vec{\tau}_q = -\mu_{eff,q} \left( \nabla \vec{u}_q + (\nabla \vec{u}_q)^T - \frac{2}{3} I (\nabla \cdot \vec{u}_q) \right) \quad (5)$$

که  $\mu_{eff,q}$  ویسکوزیته موثر و  $I$  تانسور واحد است. ویسکوزیته موثر فاز مایع ( $\mu_{eff,l}$ ) که شامل سه ترم: ویسکوزیته آرام ( $\mu_{L,l}$ )، ویسکوزیته توربالنت ( $\mu_{T,l}$ ) و توربالنت ناشی از حباب ( $\mu_{BIT,l}$ ) به شرح زیر بیان شده است:

$$\mu_{eff,l} = \mu_{L,l} + \mu_{T,l} + \mu_{BIT,l} \quad (6)$$

توربالنت ناشی از حباب که با حرکت حبابها ایجاد می شود منجر به فرمولاسیون ترم ویسکوزیته  $\mu_{BIT,l}$  می شود که توسط مدل ساتو و سکوگوچی بصورت زیر تعریف شده است [۲۸]:

$$\mu_{BIT,l} = \rho_l C_{\mu,BIT} \alpha_g d_B |\vec{u}_g - \vec{u}_l| \quad (7)$$

که ثابت  $C_{\mu,BIT}$  برابر ۰/۱۶ است. ویسکوزیته موثر گاز به شرح زیر تعریف شده است [۲۸]:

$$\mu_{eff,g} = \frac{\rho_g}{\rho_l} \mu_{eff,l} \quad (8)$$

همچنین مدل توربالنت  $k-\varepsilon$  به دلیل هزینه کم محاسباتی و دقت قابل قبول در مقایسه با مدل های RSM و LES به ویژه برای کاربردهای صنعتی سه بعدی در شبیه سازی های عددی استفاده گردیده است. از حالت dispersed مدل توربالنت  $k-\varepsilon$  استاندارد برای محاسبه میدان جریان توربالنت استفاده شد. معادلات انتقال برای انرژی جنبشی توربالنت ( $k$ ) و نرخ اتلاف آن ( $\varepsilon$ ) را برای فاز پیوسته می توان با معادلات زیر بیان کرد [۲۶]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_q \alpha_q k_q) + \nabla \cdot (\rho_q \alpha_q \vec{u}_q k_q) \\ = \nabla \cdot \left[ \alpha_q \frac{\mu_{T,l}}{\sigma_k} \nabla k_q \right] \\ + \alpha_q G_{k,q} - \rho_q \alpha_q \varepsilon_q \\ + \rho_q \alpha_q \Pi_{k,q} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_q \alpha_q \varepsilon_q) + \nabla \cdot (\rho_q \alpha_q \vec{u}_q \varepsilon_q) \\ = \nabla \cdot \left[ \alpha_q \frac{\mu_{T,l}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon_q \right] \\ + \alpha_q \frac{\varepsilon_q}{k_q} (C_{1\varepsilon} G_{k,q} \\ - C_{2\varepsilon} \rho_q \varepsilon_q) + \rho_q \alpha_q \Pi_{\varepsilon,q} \end{aligned} \quad (10)$$

که  $\Pi_{\varepsilon,q}$  و  $\Pi_{k,q}$  اثر فاز پراکنده (حبابهای هوا) بر فاز اولیه  $q$  (یا فاز پیوسته) و مقادیر استاندارد ضرایب  $C_{1\varepsilon}$ ،  $C_{2\varepsilon}$ ،  $\sigma_k$  و  $\sigma_\varepsilon$  به

محصول سه ترم در سمت راست معادله (۱) ( $E_c \times E_a \times E_s$ ) برابر با بازده جمع آوری است.

در مطالعه حاضر، مدل فلوتاسیون توسعه یافته توسط پایک [۲۵] در رویکرد دوفازی اولرین-اولرین برای پیش بینی ثابت نرخ فلوتاسیون استفاده شده است. ثابت نرخ فلوتاسیون ( $K$ ) توسط پایک به این صورت بیان شده است:

$$K = \frac{7.5 G_{fr}}{\pi d_b V_r} \left[ \frac{0.33 \varepsilon^{4/9} d_b^{7/9}}{v^{1/3}} \left( \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \right)^{2/3} \frac{1}{u_i} \right] E_c \quad (2)$$

که  $G_{fr}$  سرعت جریان گاز ( $\text{cm}^3 \text{min}^{-1}$ )،  $d_b$  قطر حباب (cm)،  $V_r$  یک حجم مرجع ( $\text{cm}^3$ )،  $\varepsilon$  نرخ اتلاف توربالنت ( $\text{cm}^2 \text{s}^{-3}$ )،  $v$  ویسکوزیته سینماتیکی سیال ( $\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ )،  $\rho_p$  چگالی ذرات ( $\text{gcm}^{-3}$ )،  $\rho_f$  چگالی سیال ( $\text{gcm}^{-3}$ ) و  $u_i$  سرعت جریان توربالنت ( $\text{cm} \text{s}^{-1}$ ) هستند. ترم  $\frac{7.5 G_{fr}}{\pi d_b V_r} \left[ \frac{0.33 \varepsilon^{4/9} d_b^{7/9}}{v^{1/3}} \left( \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \right)^{2/3} \frac{1}{u_i} \right]$  به ترتیب ویژگی های مکانیکی و توربالنت را نشان می دهند.

## ۲-۳- معادلات حاکم

پالپ (دوغاب) شامل فاز مایع با در صد کم جامد (کمتر از ۱۰ درصد) به عنوان یک فاز یکنواخت و همگن در نظر گرفته شده است. در این مطالعه، یک سیستم پالپ / هوا از طریق مدل چندفازی اولرین-اولرین در یک سلول فلوتاسیون ستونی در مقیاس آزمایشگاهی شبیه سازی شده است. در این مدل حبابهای هوا و پالپ به ترتیب به عنوان فاز پراکنده و فاز پیوسته در نظر گرفته شده اند. همچنین از مفهوم پالپ برای تعیین وجود ذرات جامد در داخل حوزه محاسباتی استفاده شده است. برای تعریف فاز پالپ، خواص دوغاب مانند چگالی و ویسکوزیته برای دینامیک سیالات محاسباتی مورد نیاز است. معادلات پیوستگی و ناویه استوکس میانگین زمانی حاکم برای یک جریان غیرقابل تراکم و ناپایدار به ترتیب به شرح زیر بیان می شوند [۲۶]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_q \alpha_q) + \nabla \cdot (\rho_q \alpha_q \vec{u}_q) = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_q \alpha_q \vec{u}_q) + \nabla \cdot (\rho_q \alpha_q \vec{u}_q \vec{u}_q) \\ = -\alpha_q \nabla P + \rho_q \alpha_q \vec{g} + \nabla \cdot (\alpha_q \vec{\tau}_q) + \vec{F}_{p,q} \end{aligned} \quad (4)$$

در اینجا  $\alpha_q$  کسر حجمی هر فاز است که  $q$  می تواند به عنوان  $l$  برای مایع و  $g$  برای گاز بیان شود،  $\rho_q$  چگالی،  $\vec{u}_q$  بردار سرعت متوسط،  $P$  فشار،  $\vec{g}$  بردار گرانش،  $\vec{\tau}_q$  تنش های ویسکوز و  $\vec{F}_{p,q}$  مجموع نیروهای بین سطحی بین دو فاز که

ترتیب ۱/۴۴، ۱/۹۲، ۱/۰ و ۱/۳ هستند و  $G_{k,q}$  تولید انرژی جنبشی توربالنت به صورت زیر بیان شده‌اند [۲۶]:

$$G_{k,q} = -\rho \bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \quad (11)$$

$$\Pi_{k,q} = \sum_{p=1}^2 \frac{c_{pq}}{\rho_q \alpha_q} (k_{pq} - 2k_q + \bar{u}_{pq} \cdot \bar{u}_{dr}) \quad (12)$$

که کوواریانس سرعت برای فاز مایع ( $q=l$ ) و حبابهای هوای فاز پراکنده ( $p$ ) با  $c_{pq}$  نشان داده شده است. همچنین  $\bar{u}_{dr}$  و  $\bar{u}_{pq}$  به ترتیب سرعت نسبی و سرعت دریافت هستند.  $\Pi_{\varepsilon,q}$  بر طبق مدل ایلگوباشی بیان شده است [۲۹]:

$$\Pi_{\varepsilon,q} = C_{3\varepsilon} \frac{\varepsilon_q}{k_q} \Pi_{k,q} \quad (13)$$

ویسکوزیته توربالنت  $\mu_T$  در فاز اولیه به صورت زیر تعریف شده است:

$$\mu_{T,l} = \rho_q C_\mu \frac{k_q^2}{\varepsilon_q} \quad (14)$$

که در آن  $C_{3\varepsilon}$  و  $C_\mu$  به ترتیب ثابتهای ۱/۲ و ۰/۰۹ هستند.

در مطالعات موجود که در آنها شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی در روی سلول فلوئاسیون ستونی انجام شده، تنها نیروی درگ در نظر گرفته شده در حالی که تاثیر نیروهای جرم مجازی و لیفت می‌تواند قابل توجه باشد [۳۰]. در این مطالعه علاوه بر نیروی درگ، هر دو نیروی جرم مجازی و لیفت نیز در مدل دینامیک سیالات محاسباتی گنجانده شده‌اند. برای حباب با قطر بیشتر از ۱ میلی‌متر، فرمول پیشنهادی تامیاما برای محاسبه ضرایب درگ و لیفت اعمال شده است [۳۱]:

$$C_D = \max \left\{ \min \left[ \frac{16}{Re_b} \left( 1 + 0.15 Re_b^{0.687} \right), \frac{48}{Re_b} \right], \frac{8Eo}{3(Eo + 4)} \right\} \quad (15)$$

که  $C_D$  ضریب درگ،  $Eo$  عدد Eötvös حباب است که به صورت  $\frac{(\rho_l - \rho_g) g d_b^2}{\sigma}$  تعریف شده،  $Re_b$  عدد رینولدز است و برابر است با  $\frac{\rho_l U d_b}{\mu_l}$  کشش سطحی،  $d_b$  قطر حباب و  $U$  اندازه سرعت هستند. مدل لیفت تامیاما را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [۳۲]:

$$C_L = \begin{cases} \min[0.288 \tanh(0.121 Re_b), f(Eo_d)] & \text{for } Eo_d < 4.0 \\ f(Eo_d) & \text{for } 4.0 < Eo_d < 10.0 \\ -0.27 & \text{for } Eo_d > 10.0 \end{cases} \quad (16)$$

که  $f(Eo_d) = 0.00105 Eo_d^3 - 0.0159 Eo_d^2 - 0.0204 Eo_d + 0.474$ ،

$Eo_d$  عدد Eötvös، به صورت زیر بیان شده است:

$$Eo_d = \frac{g(\rho_l - \rho_g) d_H^2}{\sigma} \quad (17)$$

$d_H$  بصورت زیر تعریف شده است:

$$d_H = d_b (1 + 0.163 Eo^{0.757})^{1/3} \quad (18)$$

### ۳-۳- مدل موازنه جمعیت

در مدل اولرین-اولرین توزیع اندازه حباب در مدلسازی ستونهای فلوئاسیون با استفاده از مدل موازنه جمعیت (PBM) شبیه‌سازی شده است [۳۳]. در مطالعه حاضر مدل موازنه جمعیت گسسته<sup>۳</sup> (discrete) با دینامیک سیالات محاسباتی از طریق محاسبه قطر میانگین که به شرح زیر تعریف می‌شود ترکیب شده است [۳۴]:

$$d_{32} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i d_i^3}{\sum_{i=1}^N n_i d_i^2} \quad (19)$$

استفاده از PBM، فرض ثابت بودن اندازه حباب را رد می‌کند که بیانگر این می‌باشد که بر شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی تاثیرگذار است. محاسبه قطر میانگین منوط به انتخاب پنج اندازه مختلف حباب است. قطر حباب  $d_b$  در این شبیه‌سازی در محدوده ۱/۰ و ۷/۸ میلی‌متر تغییر می‌کند.

در این مدل پیشنهادی، مدل شکست<sup>۴</sup> معرفی شده توسط لئو و سوند سن [۳۵] و مدل ادغام حبابها<sup>۵</sup> معرفی شده توسط لئو [۳۶] اعمال شده است تا حبابها بتوانند در طول فرآیند ائتلاف و شکست بین گروههای اندازه حبابها حرکت کنند [۳۷]. معادله موازنه جمعیت برای کلاس حباب  $i^{\text{th}}$  به صورت معادله زیر بیان شده است [۳۸]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_g n_i) + \nabla \cdot (\rho_g v_g n_i) = \rho_g (B_{iC} - D_{iC} + B_{iB} - D_{iB}) \quad (20)$$

که در آن  $n_i$  تعداد حبابهای گروه  $i$  در واحد حجم،  $B_{iB}$  نرخ تولد شکست و  $B_{iC}$  نرخ تولد ائتلاف،  $D_{iB}$  نرخ مرگ شکست<sup>۶</sup> و  $D_{iC}$  نرخ تلفات ادغام حبابها<sup>۷</sup> هستند.

<sup>6</sup> Breakage death rate

<sup>7</sup> Coalescence death rate

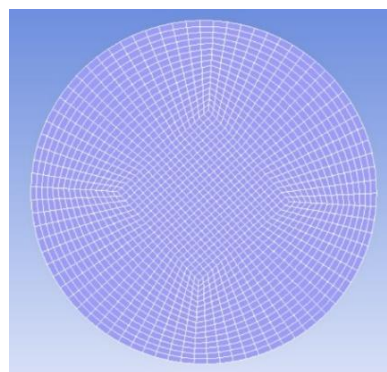
<sup>3</sup> Discrete

<sup>4</sup> Breakage model

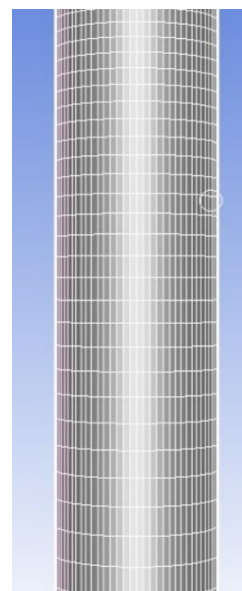
<sup>5</sup> Coalescence model

## ۴- روش تحقیق

در این مطالعه شبیه سازی دینامیک سیالات محاسباتی برای جریان سه بعدی در یک سلول فلوتاسیون ستونی با ارتفاع و قطر به ترتیب برابر با ۱/۰ و ۰/۱ متر انجام شد. فلوتاسیون ستونی در نظر گرفته شده همان فلوتاسیون ستونی در مقیاس آزمایشگاهی در مجتمع مس سرچشمه است. شبکه محاسباتی ستون از دو نمای مختلف در شکل (۳) نشان داده شده است. از نرم افزار گمبیت برای تولید شبکه های محاسباتی استفاده شده است و معادلات حاکم توسط انسیس فلونت ۱۶ حل شده اند.



(الف)



(ب)

شکل (۳) شبکه محاسباتی سلول فلوتاسیون ستونی (الف) نمای بالایی (ب) نمای جانبی

از شرط مرزی عدم لغزش برای دیواره های ستون استفاده شد. برای محاسبه ثابت نرخ فلوتاسیون، یک تابع تعریف شده توسط کاربر (UDF) در کنار حلگر CFD اعمال گردید. این تابع فاکتورهای هیدرودینامیکی را بصورت موضعی و شاخص های توربالنت موضعی را درون روابط بازده های فرآیندهای فرعی فلوتاسیون (که بازده های برخورد، چسبندگی و دفع هستند) در مدل پایک در نظر می گیرد. بنابراین ثابت نرخ فلوتاسیون محاسبه شده از طریق این مدل دینامیک سیالات محاسباتی دقیق تر است زیرا می توان به جای استفاده از میانگین کلی، مقادیر موضعی را برای سرعت مایع و گاز و نرخ اتلاف انرژی در مدل قرار داد. این تابع UDF اعمال شده در هر تکرار اجرا شده و پارامتر مناسب (ثابت نرخ فلوتاسیون) را برای هر حجم کنترل در حوزه محاسبات (ستون فلوتاسیون) محاسبه می کند. میانگین حجمی ثابت نرخ فلوتاسیون تعریف شده بر مبنای معادله (۲۱)، برای مقایسه تخمین های ثابت نرخ فلوتاسیون توسط دینامیک سیالات محاسباتی با داده های تجربی بکار برده شده است.

$$K = \frac{1}{V_{column}} \sum_{i=1}^n K_i |V_{i-cell}| \quad (21)$$

که  $K_i$  مقدار ثابت نرخ فلوتاسیون محاسبه شده برای  $i^{th}$  نقطه شبکه نشان می دهد و  $V_{i-cell}$  حجم  $i^{th}$  سلول در حوزه محاسباتی است.

الگوریتم SIMPLE برای اتصال فشار و سرعت اعمال شده است. معادلات گسسته سازی مومنتوم، انرژی جنبشی توربالنت و نرخ اتلاف آن با استفاده از روش بالا دست مرتبه دوم<sup>۸</sup> انجام شده در حالی که روش QUICK برای کسر حجمی استفاده شده است. همچنین روش اختلاف محدود ضمنی مرتبه اول<sup>۹</sup> برای گسسته سازی فرمول گذرا بکار برده شد. لازم به ذکر است که تمام نتایج ارائه شده در این مطالعه در حالت ناپایدار در طول یک بازه زمانی کافی (۳۰۰ ثانیه برای اطمینان از به حالت پایدار رسیدن) به دست آمده اند. معیار همگرایی حل معادلات نیز برای مقادیر باقیمانده کمتر از  $10^{-4}$  کاملاً منطقی است.

برای تعریف پالپ در نرم افزار لازم است خصوصیات هیدرودینامیکی مانند چگالی و ویسکوزیته آن محاسبه شود. بنابراین درصدهای مختلفی از پالپ بین ۳۵-۵٪ از نظر وزنی برای آزمایش های رنومتری تهیه شده است. تنش برشی بر حسب نرخ برشی در درصد جامد مختلف در شکل (۴) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود فلوتاسیون پالپ

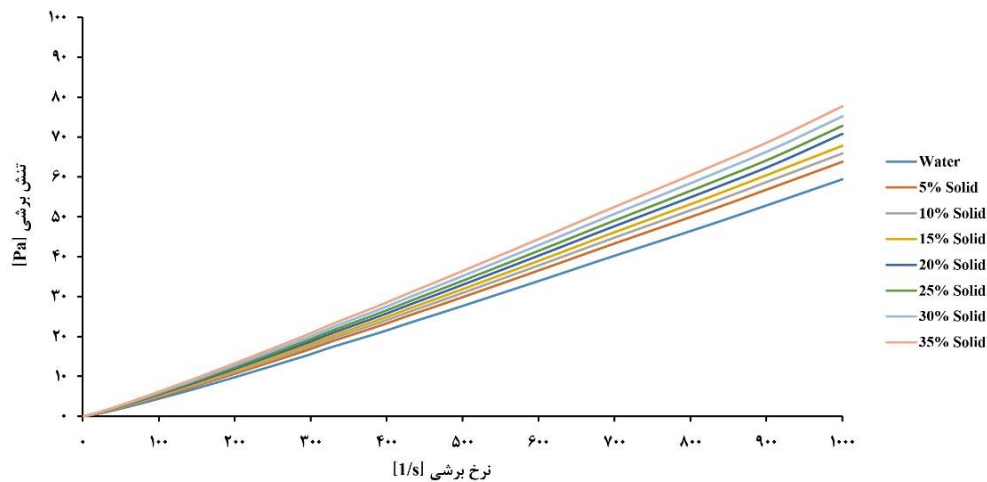
<sup>9</sup> First-order implicit finite difference

<sup>8</sup> Second-order upwind



منفی در pH بالا (در اینجا ۱۲) هستند که این سو سپاندسیون موادمعدنی را در حالت تعلیق و پراکندگی نگه می‌دارد. دانسیته پالپ از طریق پیکنومتر برای درصد های جامد مختلف اندازه‌گیری شد.

دارای تنش برشی تسلیم ناچیزی است که این نشان‌دهنده این می‌باشد که خصوصیات پالپ نزدیک به رفتار سیال نیوتنی است و ما می‌توانیم آن را یک سیال نیوتنی در نظر بگیریم. این ممکن است به این دلیل باشد که سطوح موادمعدنی دارای بار

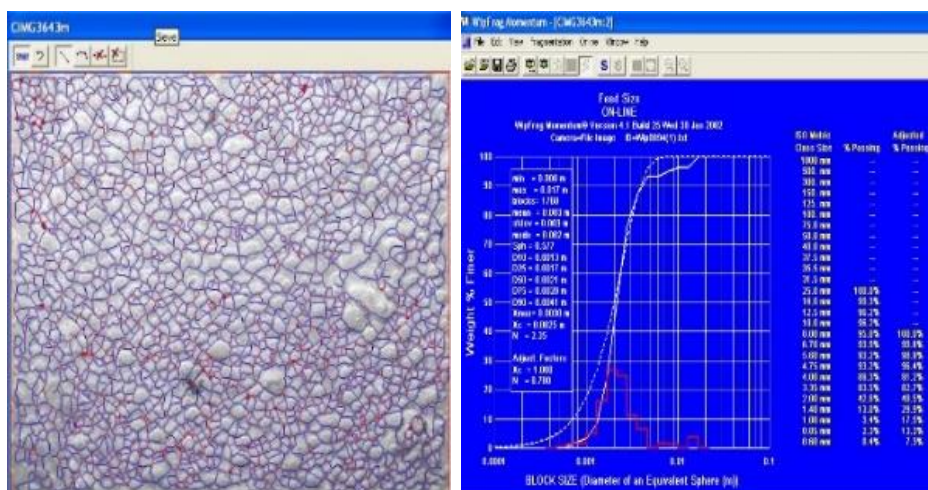


شکل (۴) تنش برشی بر حسب نرخ برشی برای درصدهای وزنی مختلف پالپ

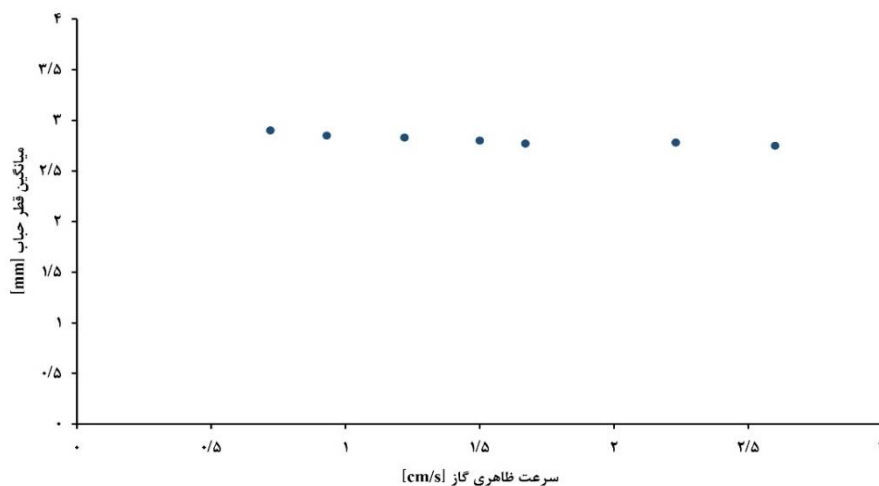
توسط نرم افزار WipFrag Momentum Package V 4.1 تحلیل گردیده است. نتایج نشان می‌دهد که میانگین قطر حباب به دست آمده از تصاویر در حدود ۲/۸ میلی‌متر برای سرعت ظاهری گاز  $1/5 \text{ cms}^{-1}$  است. شکل (۵ - الف) نمونه‌ای از تجزیه و تحلیل تصویر انجام شده در مطالعه حاضر را نشان می‌دهد که برای سرعت‌های ظاهری مختلف گاز تکرار شده است. تغییرات میانگین قطر حباب بر حسب سرعت ظاهری گاز در شکل (۵-ب) نشان داده شده است که نتایج نشان می‌دهد که این تغییرات در سرعت‌های مختلف ناچیز می‌باشد.

آزمایشات در سلول فلوتاسیون ستونی در مقیاس آزمایشگاهی در مجتمع مس سرچشمه اجرا شده است. ثابت نرخ فلوتاسیون برای سرعت‌های ظاهری مختلف گاز محاسبه شده و سپس با نتایج دینامیک سیالات محاسباتی مقایسه گردیده است.

برای تخمین میانگین قطر حباب، تصاویری از حبابها توسط دوربین عکاسی Full HD (مدل کاسیو EX-S1) با وضوح  $1080 \times 1920$  تهیه شد. عکس‌ها در شرایط حالت پایدار گرفته شده که در آن عمق کف یا ماندگی گاز ثابت می‌شود. تصاویر



(الف)



(ب)

شکل (۵) محاسبه اندازه حباب (الف) نمونه‌ای از تجزیه و تحلیل تصاویر حبابها در حال بالا رفتن بوسیله نرم افزار WipFrag Momentum package (ب) میانگین قطر حباب بر حسب سرعت ظاهری گاز

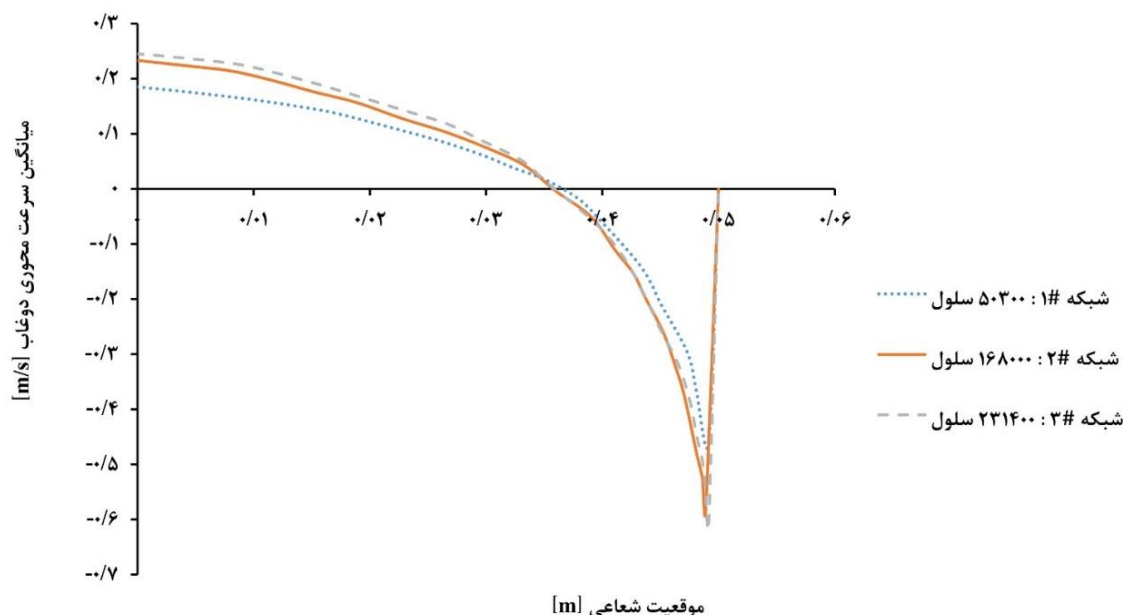
## ۵- نتایج و بحث

دوغاب محاسبه شده برای این دو کمتر از ۴٪ است. برای کاهش زمان محاسبات، یک شبکه محاسباتی با ۱۶۸۰۰۰ سلول شش ضلعی برای شبیه‌سازی‌های سه بعدی دینامیک سیالات محاسباتی انتخاب شده است. همچنین بر طبق مطالعه استقلال حل از گام زمانی، گام زمانی ۰/۰۱ ثانیه برای تمام شبیه‌سازی‌ها انتخاب شد. شکل (۶) نشان می‌دهد که مقدار میانگین سرعت محوری دوغاب در مرکز ستون مثبت و در مجاورت دیواره‌های کناری ستون منفی است که به عنوان الگوی جریان

برای بررسی استقلال حل از تعداد سلول‌های شبکه، سه اندازه مش مختلف ۵۰۳۰۰، ۱۶۸۰۰۰ و ۲۳۱۴۰۰ تولید شده است. پروفایل میانگین سرعت محوری دوغاب (به عنوان متغیر وابسته) بدست آمده برای این سه مش در شکل (۶) نشان داده شده است. تفاوت در نتایج مطالعه عددی برای مش ۱ # (با ۵۰۳۰۰ سلول) و مش ۳ # (با ۲۳۱۴۰۰ سلول) قابل توجه است. به ویژه نزدیک به مرکز ستون که این اختلاف بیش از ۳۰٪ است. با افزایش تعداد مش از ۱۶۸۰۰۰ به ۲۳۱۴۰۰ هیچ تغییر قابل توجهی در نتایج مشاهده شده از مش ۲ # به مش ۳ # دیده نشده است و حداکثر خطا بین میانگین سرعت محوری

استفاده از ترمهای چشمه و چاه در نرم افزار دینامیک سیالات محاسباتی مدلسازی شده‌اند.

گلف‌استریم<sup>۱۰</sup> در ستون شناخته شده است [۳۹]. حبابها از پایین ستون وارد می شوند و به طور یکنواخت در تمام ستون توزیع می‌شوند. وارد شدن و جمع آوری فاز گاز در ستون با



شکل (۶) میانگین سرعت محوری دوغاب بر حسب موقعیت شعاعی برای اندازه مش های مختلف

شبیه‌سازی انجام شده بدون در نظر گرفتن نیروهای نیروی مجازی و لیفت قابل قبول نمی‌باشد (شکل (۷)). همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود میانگین اختلاف کلی بین نتایج شبیه‌سازی و تجربی برای حالت بدون در نظر گرفتن نیروهای جرم مجازی و لیفت نسبتاً زیاد است (% ۳۲/۶۷) در حالی که درصد خطای کلی در حالتی که در آن نیروهای جرم مجازی و لیفت در نظر گرفته شده‌اند تنها % ۴/۶۴ می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از نیروهای جرم مجازی و لیفت می‌تواند بطور قابل توجهی روی پیش‌بینی مقدار  $K$  تاثیرگذار باشد. بنابراین تمام شبیه‌سازی‌ها با در نظر گرفتن این دو نیرو انجام گرفته است.

اندازه‌گیری‌های تجربی نشان می‌دهد که  $K$  با افزایش اندازه ذرات یک روند افزایشی را دنبال می‌کند که این در نتایج بدست آمده از مدل دینامیک سیالات محاسباتی هم مشهود است. مدل دینامیک سیالات محاسباتی برای ذرات ۲/۶ میکرومتر مقدار  $K$  را تقریباً کمتر از % ۸/۹۸ پیش‌بینی کرده

برای اعتبارسنجی نتایج دینامیک سیالات محاسباتی، شبیه‌سازی‌ها برای ذرات آب گریز در سرعت‌های ظاهری مختلف گاز اجرا شده و  $K$  پیش‌بینی شده با داده‌های تجربی مربوطه مقایسه شده است.

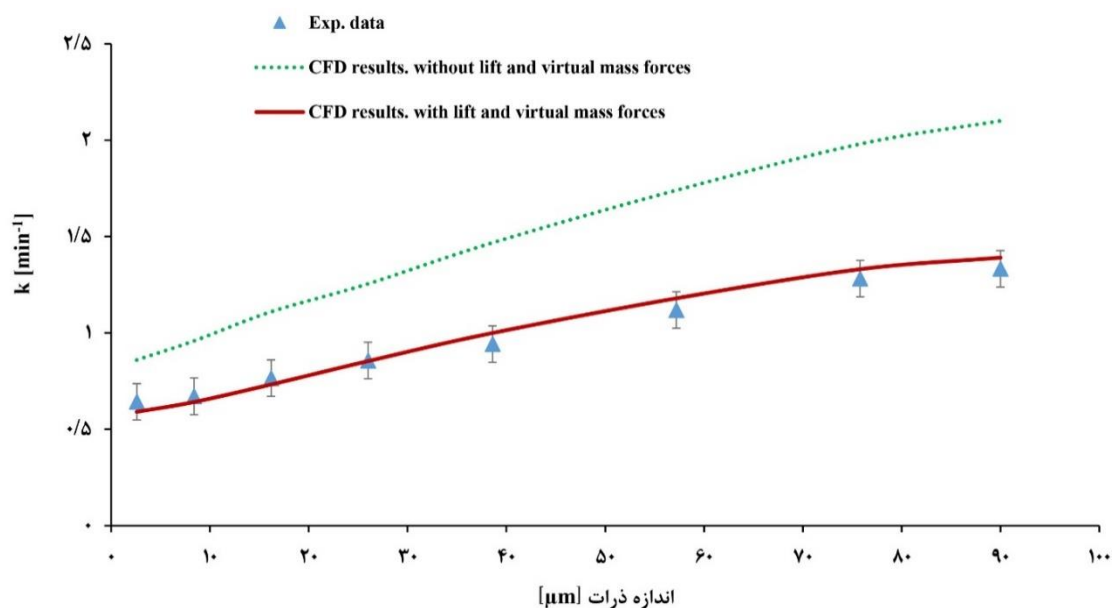
#### ۵-۱- اعتبارسنجی نتایج دینامیک سیالات محاسباتی

برای ارزیابی تاثیر نیروهای جرم مجازی و لیفت بر روی مدلسازی فلوتاسیون ستونی، نتایج دینامیک سیالات محاسباتی دو مورد مختلف (با در نظر گرفتن و بدون در نظر گرفتن نیروهای جرم مجازی و لیفت) در نظر گرفته شده است. این دو تخمین دینامیک سیالات محاسباتی هر دو با در نظر گرفتن نیروی درگ انجام شده و قطر حبابها ثابت و برابر ۲/۸ میلی‌متر در شبیه‌سازی‌های انجام شده با سرعت ظاهری گاز  $1/5 \text{ cms}^{-1}$  در نظر گرفته شده است. اگرچه روند اندازه‌گیری‌ها برای هر دو شبیه‌سازی تو سط مدل دینامیک سیالات محاسباتی بدست آمده است، مقایسه مقادیر نتایج عددی با داده‌های تجربی برای

<sup>10</sup> Gulf-stream

دارند. میانگین درصد اختلاف بین داده‌های تجربی و نتایج عددی  $4/64\%$  (کمتر از  $5\%$ ) است. خطای جذر میانگین مربعات (RMSD) و ضریب همبستگی ( $R^2$ ) برای نتایج دینامیک سیالات محاسباتی به ترتیب  $0/046$  و  $0/99$  می‌باشد که اعتبار نتایج دینامیک سیالات محاسباتی را در مقایسه با داده‌های تجربی تایید می‌کند.

است. این تخمین کمتر از مقدار واقعی را می‌توان به این نسبت داد که احتمال برخورد مستقیماً به نیروهای اینرسی و جرم ذرات مربوط می‌شود و این کاهش منحصر به ذرات ریز می‌باشد که مساحت سطحی کمی دارند که منجر به کاهش در احتمال چسبندگی پایدار ( $E_g$ ) می‌شود. برای اندازه ذرات باقیمانده ( $\mu m$ )  $d_p > 2/6$ ، نتایج شبیه‌سازی درون محدوده خطا است که نشان می‌دهد که مقادیر آنها با اندازه‌گیری‌های تجربی مطابقت خوبی



شکل (۷) مقایسه نتایج دینامیک سیالات محاسباتی و داده‌های تجربی  $K$  با در نظر گرفتن و بدون در نظر گرفتن نیروهای جرم مجازی و لیفت در سرعت ظاهری گاز  $1/5 \text{ cm s}^{-1}$

همبستگی  $0/98$  برای هر سه سرعت ظاهری) دارد. در سرعت جریان گاز نسبتاً کم ( $0/72 \text{ cm s}^{-1}$ ) نتایج دینامیک سیالات محاسباتی برای پیش‌بینی  $K$  در محدوده میله‌های خطای استاندارد قرار می‌گیرند در حالی که برای نرخ جریان بالاتر گاز ( $1/50 \text{ cm s}^{-1}$  و  $1/67 \text{ cm s}^{-1}$ ) با توجه به داده‌های تجربی، مقادیر پیش‌بینی شده کمی بیشتر از محدوده می‌باشند.

در  $d_p < 16/2 \mu m$  این میله‌های خطا برای سرعت‌های  $1/5$  و  $1/67 \text{ cm s}^{-1}$  با هم همپوشانی دارند که این نشان می‌دهد که سرعت ظاهری گاز تاثیر ناچیزی بر  $K$  در این محدوده از اندازه ذرات دارد. همانطور که نتایج نشان می‌دهد درصد اختلاف بین حداکثر مقدار  $K$  پیش‌بینی شده و داده‌های تجربی مربوطه در سرعت‌های بالاتر گاز افزایش می‌یابد ( $1/8$  برای  $1/5 \text{ cm s}^{-1}$  و  $0/72$  و  $5/52\%$  برای سرعت  $1/67 \text{ cm s}^{-1}$ ) چون سرعت

## ۲-۵- اثرات سرعت ظاهری گاز و دانسیته پالپ

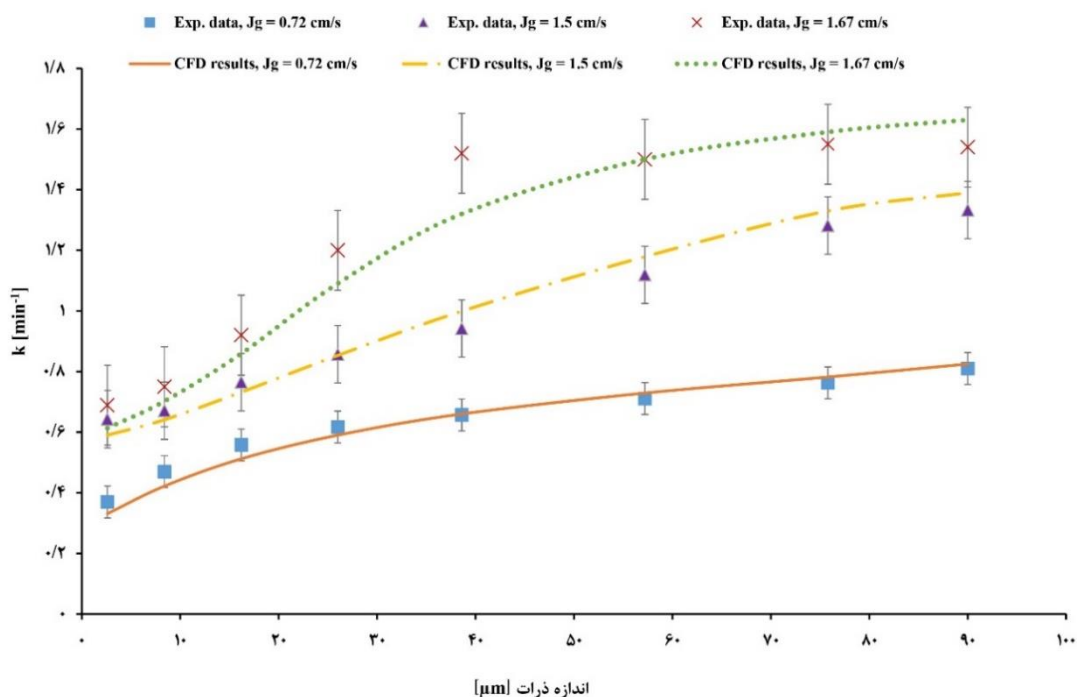
برای بررسی تاثیر سرعت ظاهری گاز بر  $K$ ، سه سرعت مختلف به ترتیب  $0/72$ ،  $1/5$  و  $1/67 \text{ cm s}^{-1}$  برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شده‌اند. نتایج دینامیک سیالات محاسباتی برای پیش‌بینی ثابت نرخ فلوتاسیون در سرعت‌های ظاهری مختلف و اندازه ذرات مختلف در شکل (۸ - الف) نشان داده شده است. یک رابطه تقریباً خطی را می‌توان بین  $K$  و شار سطحی حباب به دلیل افزایش سرعت ظاهری گاز مشاهده کرد زیرا این افزایش سرعت ظاهری گاز فرکانس برخورد را افزایش می‌دهد و در نتیجه  $K$  نیز افزایش می‌یابد. روند مشابهی را می‌توان در نتایج مطالعه گورین و همکارانش مشاهده کرد [۴۰]. روند تغییر  $K$  پیش‌بینی شده با مدل دینامیک سیالات محاسباتی مطابقت خوبی با مقادیر بدست آمده از داده‌های تجربی (با ضریب

کاهش قابل توجه مقدار  $K$  می‌شود که با داده‌های تجربی مطابقت خوبی دارد. این امر به این واقعیت نسبت داده می‌شود که افزایش غلظت پالپ باعث افزایش ویسکوزیته ظاهری پالپ و در نتیجه افزایش نرخ ائتلاف حباب (به علت زمان بالا رفتن حبابها) که منجر به افزایش اندازه حباب می‌شود. افزایش قطر حباب، شار سطحی حباب ( $S_D$ ) را کاهش می‌دهد که با  $K$  رابطه مستقیم دارد. این نتایج مشابه نتایج بدست آمده قبلی می‌باشد [۱۹]. همچنین برای تمامی غلظت‌های پالپ آزمایش شده در  $J_g < 1/26 \text{ cm/s}$  میله‌های خطا باهم همپوشانی دارند که نشان‌دهنده تاثیر ناچیز دانسیته پالپ بر روی  $K$  است. در در صد جامد پالپ ۱۰ در صد، مقدار ثابت نرخ فلوتا سیون با افزایش سرعت ظاهری گاز تا  $1/5 \text{ cm/s}$  خیلی افزایش ناچیزی دارد شاید این پدیده را بتوان به این ربط داد که در سرعت کمتر از  $1/5 \text{ cm/s}$  با افزایش غلظت به ۱۰ درصد، مواد جامد بخوبی درون دوغاب سوسپانسیون نشده و ته نشین شده اند و با افزایش سرعت ظاهری حبابها میزان اختلاط و یکدست شدن پالپ حاصل می‌شود. این مورد در درصد جامد پالپ ۱۵ درصد هم دیده شده است.

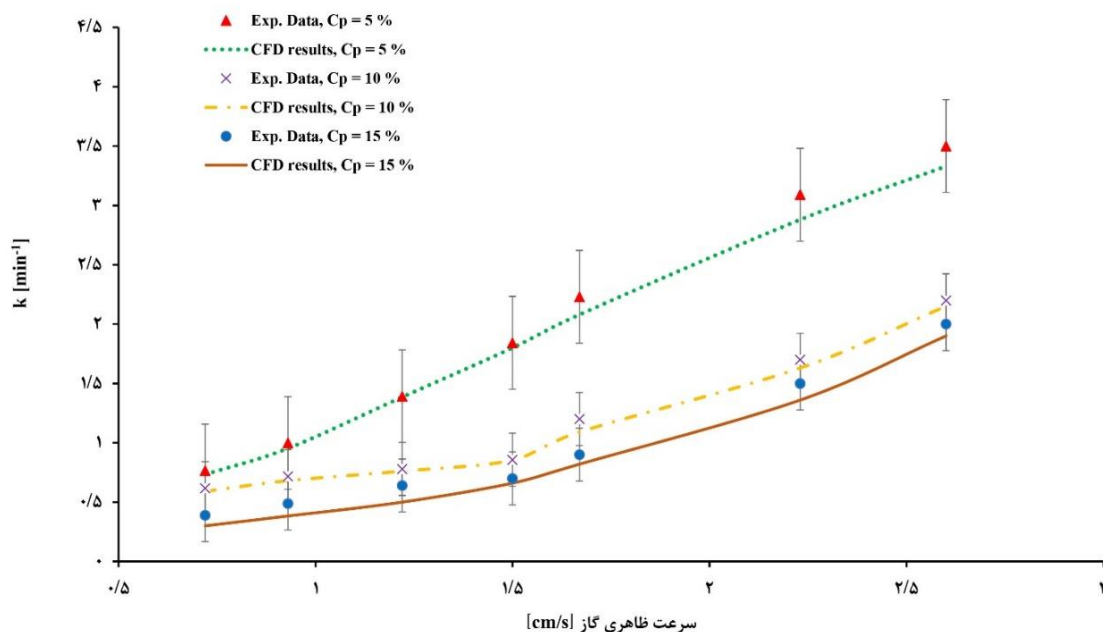
سطح اطمینان نتایج دینامیک سیالات محاسباتی با مقادیر ضریب همبستگی نزدیک به ۱/۰ (۰/۹۹) برای غلظت های پالپ ۵٪ و ۱۵٪ و ۰/۹۳ برای غلظت پالپ ۱۰٪ تایید می‌شود و اختلاف میانگین کلی بین داده‌های عددی و تجربی در همه موارد کمتر از ۸/۵٪ می‌باشد.

جریان گاز رابطه مستقیمی با خواص توربالنت فاز گاز دارد. در مطالعه حاضر مدل توربالنت  $k-\epsilon$  پراکنده برای شبیه‌سازی فلوتاسیون ستونی استفاده شده است. مطابقت بین نتایج عددی و تجربی برای سرعت‌های پایین گاز رضایت بخش می‌باشد و RMSD کلی از ۰/۳۱ برای سرعت گاز  $0.72 \text{ cm/s}$  به ۰/۹۶ برای سرعت گاز  $1.67 \text{ cm/s}$  افزایش می‌یابد. علاوه بر این،  $K$  برای اندازه ذرات درشت بطور قابل توجهی افزایش می‌یابد. میانگین اختلاف کلی بین نتایج دینامیک سیالات محاسباتی و داده‌های تجربی ۵/۴۸٪ برای سرعت گاز  $1 \text{ cm/s}$  است در حالی که برای سرعت گاز  $1/67 \text{ cm/s}$  به ۰/۷۲٪ افزایش می‌یابد. با این وجود، نتایج ذکر شده بیانگر این می‌باشد که مدل دینامیک سیالات محاسباتی می‌تواند  $K$  را در سرعت‌های مختلف گاز با دقت قابل قبولی پیش‌بینی کند.

به منظور بررسی اثر دانسیته پالپ روی  $K$ ، سه دانسیته پالپ مختلف که برابر با ۵، ۱۰ و ۱۵٪ حجمی در مدلسازی دینامیک سیالات محاسباتی در نظر گرفته شده‌اند. شکل (۸-ب) مقایسه بین نتایج عددی و داده‌های آزمایشگاهی را به عنوان تابعی از سرعت ظاهری گاز در غلظت‌های مختلف پالپ نشان می‌دهد. همانطور که شکل مشاهده می‌شود میله‌های خطا برای دانسیته پالپ ۵ و ۱۰٪ در کل محدوده سرعت ظاهری گاز با هم همپوشانی دارند که نشان‌دهنده تاثیر جزئی دانسیته پالپ بر روی  $K$  در این محدوده می‌باشد. نتایج دینامیک سیالات محاسباتی نشان می‌دهد که افزایش غلظت پالپ تا ۱۵٪ باعث



(الف)



(ب)

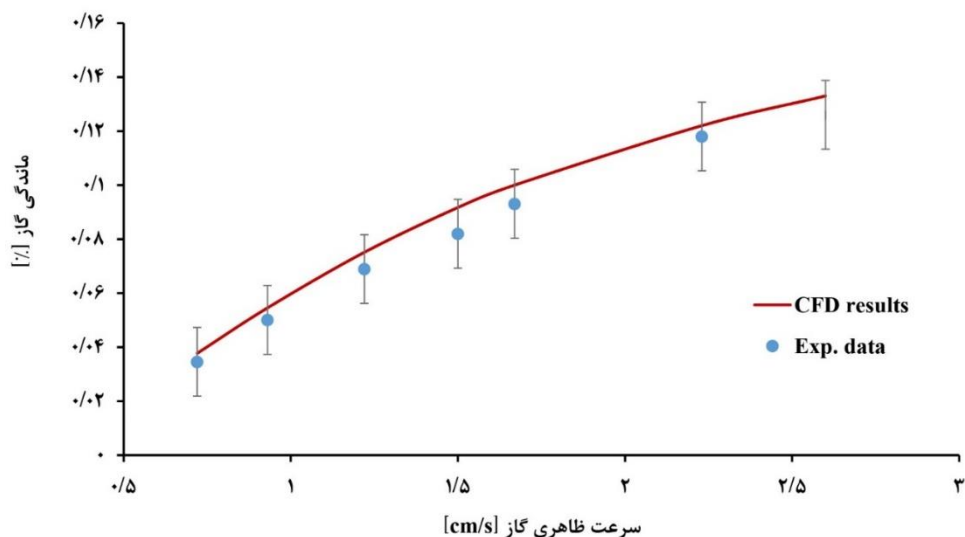
شکل (۸) مقایسه بین نتایج دینامیک سیالات محاسباتی و داده‌های آزمایشگاهی برای  $K$  (الف) بر حسب اندازه ذرات در سرعت‌های ظاهری مختلف گاز (ب) بر حسب سرعت ظاهری گاز در دانسیته‌های مختلف پالپ

### ۳-۵- تاثیر سرعت ظاهری گاز بر روی ماندگی گاز

نتایج دینامیک سیالات محاسباتی ماندگی گاز با داده‌های آزمایشگاهی در محدوده سرعت ظاهری گاز  $2/76 \text{ cm s}^{-1}$  -  $0/72$  مقایسه شده‌اند (شکل (۹)). لازم به ذکر است که پیش‌بینی‌های دینامیک سیالات محاسباتی از مقادیر ماندگی گاز به عنوان یک میانگین وزنی از کسر حجمی فاز گاز بدست آمده است. همانطور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود افزایش سرعت گاز باعث افزایش مقدار ماندگی گاز می‌شود که با سایر مطالعاتی که قبلاً انجام شده‌اند مطابقت دارد [۴۱]. میله‌های خطای استاندارد برای تخمین میزان تغییرات بین نتایج

شبیه‌سازی و اندازه‌گیری‌های تجربی به تصویر کشیده شده‌اند. با افزایش سرعت ظاهری گاز، مقادیر بدست آمده از تخمین‌های دینامیک سیالات محاسباتی روند افزایشی را برای میزان ماندگی گاز را دنبال می‌کنند که این امر به دلیل افزایش گاز وارد شده به ستون است.

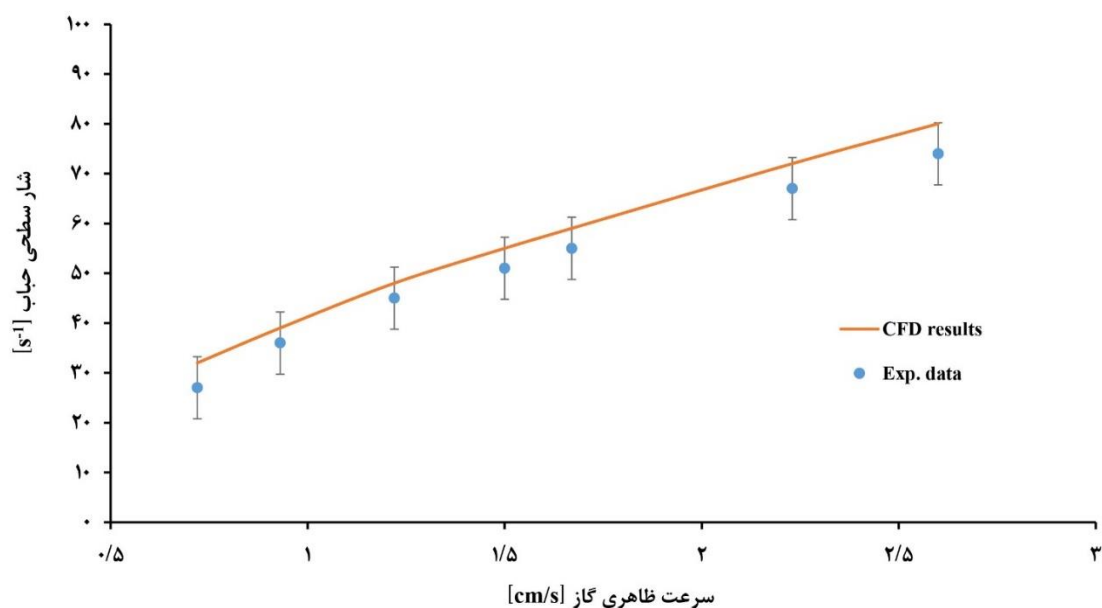
بر اساس مقدار نسبتاً کم RMSD کلی (مقدار  $0/063$ ) و ضریب همبستگی مناسب ( $0/99$ )، می‌توان نتیجه گرفت که تطابق خوبی بین نتایج دینامیک سیالات محاسباتی و داده‌های تجربی وجود دارد. این نتایج عددی موجود در مقایسه با سایر مطالعات دارای خطای کمتری می‌باشند (به عنوان مثال دامنه خطای  $20\%$  در کار سرهان و همکارانش [۱۸]).



شکل (۹) مقایسه بین نتایج دینامیک سیالات محاسباتی با داده‌های تجربی (ماندگی گاز بر حسب سرعت ظاهری گاز)

افزایش مقدار گاز وارد شده درون ستون می‌باشد. این نتیجه با نتایج حاصل از مطالعات قبلی مطابقت دارد [۱۹]. درصد نسبتاً کم خطاها در نتایج دینامیک سیالات محاسباتی (۳/۸٪) نشان دهنده مناسب بودن مدل دینامیک سیالات محاسباتی در پیش‌بینی  $S_b$  می‌باشد.

**۴-۵- اثر سرعت ظاهری گاز بر روی شار سطحی حباب**  
 نتایج دینامیک سیالات محاسباتی و داده‌های تجربی شار سطحی حباب  $S_b$  بر حسب سرعت ظاهری گاز در شکل ۱۰ مقایسه شده است. همانطور که در شکل ۱۰ نشان داده شده است، شار سطحی حباب یک روند افزایشی تقریباً خطی را با افزایش سرعت ظاهری گاز دنبال می‌کند که این ناشی از

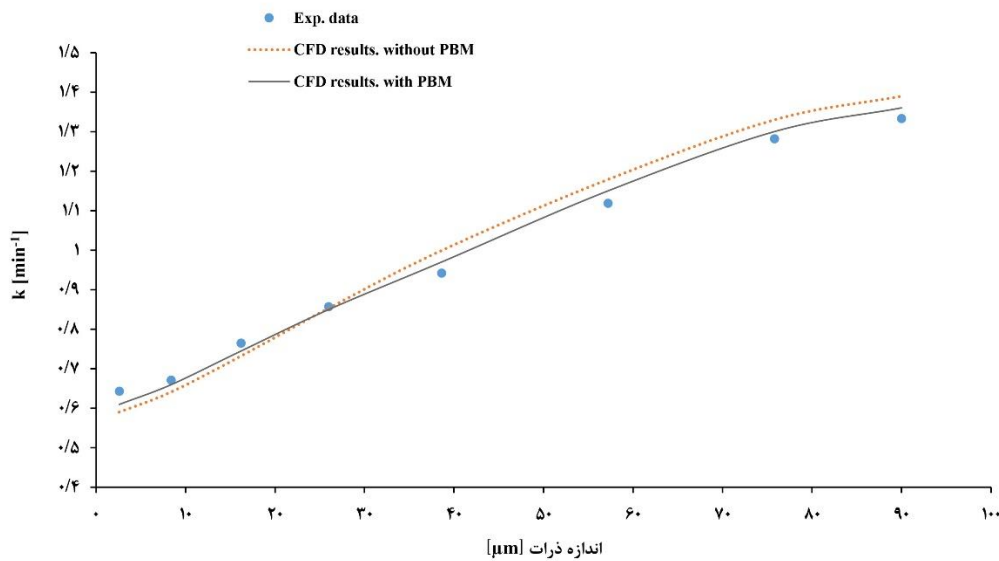


شکل (۱۰) مقایسه بین نتایج دینامیک سیالات محاسباتی و داده‌های تجربی (شار سطحی حباب بر حسب سرعت ظاهری گاز)

## ۵-۵- اثر توزیع اندازه حباب بر ثابت نرخ فلوتاسیون

هدف این قسمت درک اثر PBM در بهبود شبیه سازی فلوتاسیون می باشد. نتایج دینامیک سیالات محاسباتی و داده های تجربی  $K$  بر حسب اندازه ذرات برای دو حالت مختلف (با در نظر گرفتن و بدون در نظر گرفتن PBM) در شکل ۱۱ مورد مقایسه قرار گرفته اند. لازم به ذکر است که شبیه سازی های دینامیک سیالات محاسباتی با سرعت ظاهری گاز  $\text{cms}^{-1}$  ۱/۵ انجام شده اند. اعمال PBM تاثیر ضعیفی بر روی مقادیر  $K$

دارد که به دلیل تغییرات ناچیز اندازه حباب می باشد (شکل ۵ ب). همچنین نتایج در شکل ۱۱ نشان می دهد که مقادیر پیش بینی شده  $K$  در حالت در نظر گرفتن PBM در مقایسه با حالت بدون در نظر گرفتن PBM با داده های تجربی مطابقت بهتر دارند، به ویژه برای  $d_p < 30 \mu\text{m}$  (میانگین خطای کلی ۲/۴۴ برای حالت اعمال PBM و در مقایسه با ۴/۶۴ برای حالت بدون اعمال PBM).

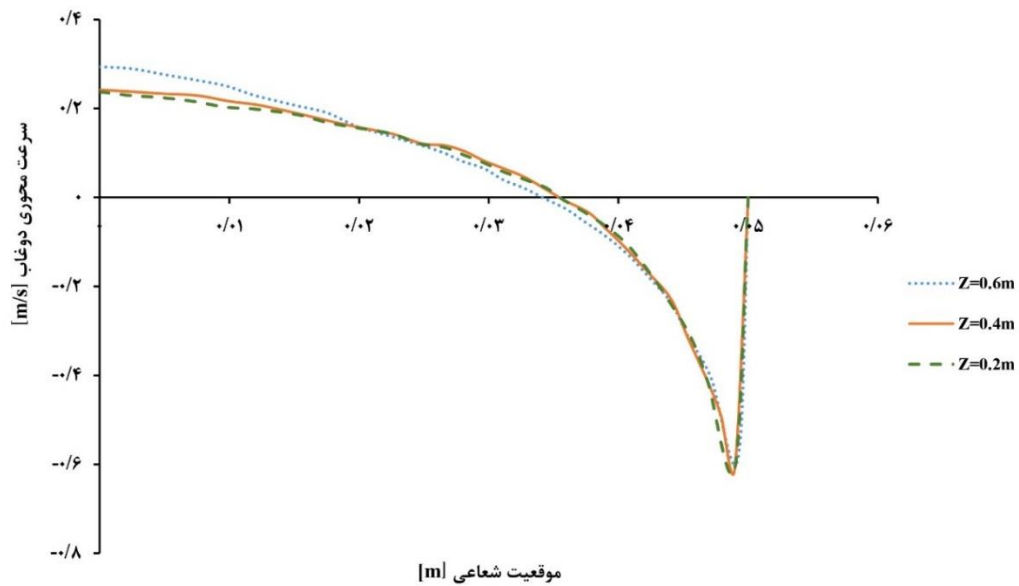


شکل (۱۱) مقایسه بین نتایج دینامیک سیالات محاسباتی با داده های تجربی  $K$  بر حسب اندازه ذرات در حالت با در نظر گرفتن و بدون در نظر گرفتن PBM)

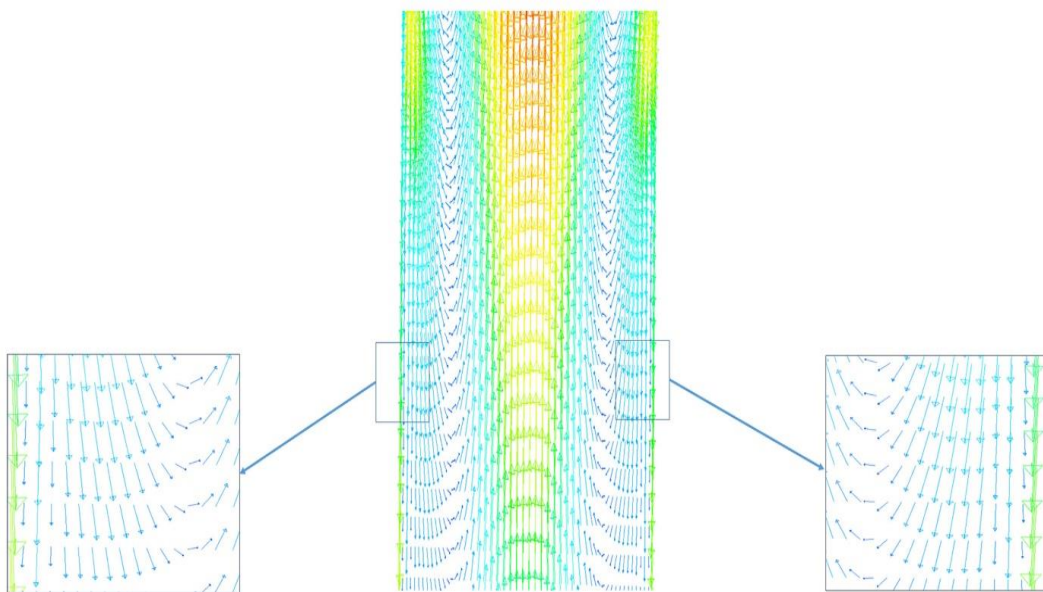
## ۵-۶- بررسی الگوی چرخشی جریان درون فلوتاسیون ستونی

نتایج شبیه سازی سرعت محوری متقارن دوغاب بر حسب موقعیت شعاعی در سه ارتفاع مختلف درون سلول فلوتاسیون در شکل (۱۲ الف) نشان داده شده است. مشاهده می شود که سرعت های محوری در ارتفاعات مختلف ستون روند مشابهی را دنبال می کنند. مقادیر مثبت سرعت محوری در مرکز ستون ( $X = 0$ ) مشاهده شده در حالی که مقادیر منفی در نزدیکی دیواره های ستون قابل مشاهده است. بردارهای سرعت در شکل (۱۲ ب) نشان داده شده اند که جریان در حال گردش نزدیک دیواره ستون را نشان می دهد. این نشان دهنده یک الگوی گردشی کلی می باشد که با شبیه سازی های قبلی دینامیک سیالات محاسباتی برای سلول فلوتاسیون ستونی مطابقت خوبی دارد [۱۳] و الگوی گردشی جریان درون فلوتاسیون ستونی شبیه گردش گلف استریم می باشد. در حقیقت حباب های تشکیل شده در مجاورت دیواره های ستون به دلیل وجود گرادیان سرعت در جهت شعاعی تحت تاثیر نیروهای شعاعی (مانند نیروی لیفت) قرار گرفته و به مرکز ستون هدایت می شوند. حباب ها باعث بالا رفتن مایعات در مرکز ستون می شوند و طبق معادله پیوستگی، مایع در مجاورت دیواره های ستون به سمت پایین جریان می یابد. این پدیده به ویژه در راکتورهای ستون حباب می تواند ضریب انتقال جرم را افزایش دهد اما در ستونهای فلوتاسیون ممکن است کارایی و بازدهی ستون را کاهش دهد.





(الف)



(ب)

شکل (۱۲ - الف) سرعت محوری دوغاب بر حسب موقعیت شعاعی در سلول فلوتاسیون ستونی در سه ارتفاع مختلف ( $Z = 0.2, 0.4$  و  $0.6$  m) (ب) بردارهای سرعت محوری در داخل سلول فلوتاسیون ستونی.

## ۶- نتیجه گیری

خوراک صنعتی در مجتمع مس سرچشمه توسعه یافته است. برای اندازه‌گیری قطر حباب از روش تجزیه و تحلیل تصویر به وسیله نرم افزار استفاده شده است. علاوه بر نیروی درگ که به تنهایی در بیشتر مطالعات موجود در نظر گرفته شده، در این مطالعه اثر نیروهای لیفت و جرم مجازی هم مطالعه شد. برای

در این مطالعه یک مدل دینامیک سیالات محاسباتی سه بعدی و دو فازی با در نظر گرفتن مدل موازنه جمعیت همراه با اندازه‌گیری‌های تجربی برای بررسی هیدرودینامیک و ثابت نرخ فلوتاسیون یک سلول فلوتاسیون ستونی آزمایشگاهی با یک

- [5] J.M. van Baten, R. Krishna (2003) "Comparison of Hydrodynamics and Mass Transfer in Airlift and Bubble Column Reactors Using CFD", *Chem. Eng. Technol.*, 26, 1074-1079.
- [6] L. Gemello, V. Cappello, F. Augier, D. Marchisio, C. Plais (2018) "CFD-based scale-up of hydrodynamics and mixing in bubble columns", *Chem. Eng. Res. Des.*, 136, 846-858.
- [7] H. Hemmati, A. Mohebbi, A. Soltani, S. Daneshpajouh (2013) "modeling of the electrolyte flow in the copper electrorefining cell of Sarcheshmeh copper complex", *Hydrometallurgy*, 139, 54-63.
- [8] M. Karimi, G. Akdogan, S. Bradshaw (2014) "A computational fluid dynamics model for the flotation rate constant, Part I: Model development", *Miner. Eng.*, 69, 214-222.
- [9] D.D. McClure, T.P. Dolton, G.W. Barton, D.F. Fletcher, J.M. Kavanagh (2017) "Hydrodynamics and mixing in airlift contactors: Experimental work and CFD modelling", *Chem. Eng. Res. Des.*, 127, 154-169.
- [10] M. Najminoori, A. Mohebbi, B.G. Arabi, S. Daneshpajouh (2015) "CFD simulation of an industrial copper electrowinning cell", *Hydrometallurgy*, 153, 88-97.
- [11] R. Sadeghi, A. Mohebbi, M. Baniasadi (2011) "CFD modeling of the launder of settler of an industrial copper solvent extraction plant: A case study on Sarcheshmeh copper complex, Iran", *Int. J. Miner. Process.*, 98, 55-65.
- [12] R. Sadeghi, A. Mohebbi, A. Sarrafi, A. Soltani, M. Salmanzadeh, S. Daneshpajouh (2011) "CFD simulation and optimization of the settler of an industrial copper solvent extraction plant: A case study", *Hydrometallurgy*, 106, 148-158.
- [13] H. Deng, R. Mehta, G. Warren (1996) "Numerical modeling of flows in flotation columns", *Int. J. Miner. Process.*, 48, 61-72.
- [14] Y. Xia, F. Peng, E. Wolfe (2006) "CFD simulation of alleviation of fluid back mixing by baffles in bubble column", *Miner. Eng.*, 19, 925-937.
- [15] D. Chakraborty, M. Guha, P. Banerjee (2009) "CFD simulation on influence of superficial gas velocity, column size, sparger arrangement, and taper angle on hydrodynamics of the column flotation cell", *Chem. Eng. Commun.*, 196, 1102-1116.
- [16] P. Koh, M. Schwarz (2009) "CFD models of Microcel and Jameson flotation cells" *7th Int. Conf. on CFD*, Melbourne, Australia.
- [17] M. Nadeem, J. Ahmed, I.R. Chughtai, A. Ullah (2009) "CFD-based estimation of collision probabilities between fine particles and bubbles having intermediate reynolds number", *Nucleus*, 46, 153-159.
- [18] A. Sarhan, J. Naser, G. Brooks (2016) "CFD simulation on influence of suspended solid particles on bubbles' coalescence rate in flotation cell", *Int. J. Miner. Process.*, 146, 54-64.

اعتبارسنجی نتایج، نتایج شبیه‌سازی ثابت‌های نرخ فلوتاسیون با داده‌های تجربی برای محدوده اندازه ذرات مقایسه گردید. اثر در صد دانسیته پالپ بر روی ثابت نرخ فلوتاسیون مورد مطالعه قرار گرفت و نتایج نشان داد که افزایش غلظت پالپ به طور قابل توجهی باعث کاهش ثابت نرخ فلوتاسیون می‌شود. اثر سرعت ظاهری گاز بر روی ماندگی گاز و شار سطحی حباب ارزیابی شده و با داده‌های تجربی مقایسه شده است. مشخص گردید که سرعت ظاهری گاز تاثیر مستقیمی بر مقدار ماندگی گاز دارد و با افزایش سرعت ظاهری گاز از  $0.72$  به  $2.67$   $\text{cms}^{-1}$ ، ماندگی گاز از  $0.377$  به  $1.33$  افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده شد که ماندگی گاز و شار سطحی حباب با سرعت ظاهری گاز بصورت خطی افزایش می‌یابند. افزایش سرعت ظاهری گاز از  $0.72$  به  $1.67$   $\text{cms}^{-1}$  باعث افزایش سرعت ثابت نرخ فلوتاسیون می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که یک تطابق قابل قبول بین مقادیر عددی و داده‌های تجربی با بالاترین درصد خطای کمتر از  $7.46\%$  وجود دارد. نتایج مدل دینامیک سیالات محاسباتی با در نظر گرفتن مدل موازنه جمعیت نشان داد که به علت استفاده از مقادیر بهینه کف سازها، اثر توزیع اندازه حباب بر روی مقادیر بدست آمده ثابت نرخ فلوتاسیون ناچیز است.

## تشکر و قدردانی

نویسندگان از مدیریت مجتمع مس سرچشمه به منظور در اختیار گذاشتن امکانات بخش تغلیظ پایلوت و از بخش تحقیق و توسعه این مجتمع جهت حمایت مالی این تحقیق تشکر و قدردانی می‌کنند.

## مراجع

- [1] E.N. Peleka, G.P. Gallios, K.A. Matis (2018) "A perspective on flotation: A review", *J. Chem. Technol. Biotechnol.*, 93, 615-623.
- [2] J. Wang, H. Park, C.Y. Ng, L. Wang (2019) "Use of oscillatory air supply for improving the throughput and carrying capacity of column flotation", *Powder Technol.*, 353, 41-47.
- [3] S.K. Majumder, G. Kundu, D. Mukherjee (2006) "Bubble size distribution and gas-liquid interfacial area in a modified downflow bubble column", *Chem. Eng. J.*, 122, 1-10.
- [4] D.D. McClure, J.M. Kavanagh, D.F. Fletcher, G.W. Barton (2013) "Development of a CFD Model of Bubble Column Bioreactors: Part One – A Detailed Experimental Study", *Chem. Eng. Technol.*, 36, 2065-2070.

- [33] P. Yan, H. Jin, G. He, X. Guo, L. Ma, S. Yang, R. Zhang (2020) "Numerical simulation of bubble characteristics in bubble columns with different liquid viscosities and surface tensions using a CFD-PBM coupled model", *Chem. Eng. Res. Des.*, 154, 47-59.
- [34] P. Koh, M. Schwarz (2008) "Modelling attachment rates of multi-sized bubbles with particles in a flotation cell", *Miner. Eng.*, 21, 989-993.
- [35] H. Luo, H. Svendsen (1996) "Theoretical model for drop and bubble breakup in turbulent dispersions", *AIChE J.*, 42, 1225-1233.
- [36] H. Luo (1993) *Coalescence, Breakup and Liquid Circulation in Bubble Column Reactors*, Department of Energy, Norges Tekniske Hoegskole, Trondheim, 201.
- [37] A. Sarhan, J. Naser, G. Brooks (2017) "Numerical simulation of froth formation in aerated slurry coupled with population balance modelling", *Can. Metall. Q.*, 56, 45-57.
- [38] P. Chen, M. Duduković, J. Sanyal (2005) "Three-dimensional simulation of bubble column flows with bubble coalescence and breakup", *AIChE J.*, 51, 696-712.
- [39] D. Desvigne, L. Donnat, D. Schweich (2006) "Simulating the effects of liquid circulation in bubble columns with internals", *Chem. Eng. Sci.*, 61, 4195-4206.
- [40] B. Gorain, J. Franzidis, E. Manlapig (1997) "Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell. Part 4: Effect of bubble surface area flux on flotation performance", *Miner. Eng.*, 10, 367-379.
- [41] Z. Wei, J.A. Finch (2014) "Effect of solids on pulp and froth properties in flotation", *J. Cent. South Univ.*, 21, 1461-1469.
- [19] A. Sarhan, J. Naser, G. Brooks (2018) "CFD model simulation of bubble surface area flux in flotation column reactor in presence of minerals", *Int. J. Min. Sci. Technol.*, 28, 999-1007.
- [20] O. Savassi, D. Alexander, J. Franzidis, E. Manlapig (1998) "An empirical model for entrainment in industrial flotation plants", *Miner. Eng.*, 11, 243-256.
- [21] F. Shi, T. Napier-Munn (1996) "A model for slurry rheology", *Int. J. Miner. Process.*, 47, 103-123.
- [22] R. Rodrigues, J. Rubio (2003) "New basis for measuring the size distribution of bubbles", *Miner. Eng.*, 16, 757-765.
- [23] N.H. Maerz, T.C. Palangio, J.A. Franklin (1996) "WipFrag image based granulometry system", AA Balkema, Montreal, Quebec, Canada.
- [25] S.S. Dukhin, G. Kretzschmar, R. Miller (1995) *Dynamics of adsorption at liquid interfaces: theory, experiment, application*, 1 st ed., Elsevier, Amsterdam, The Netherlands.
- [25] B. Pyke, D. Fornasiero, J. Ralston (2003) "Bubble particle heterocoagulation under turbulent conditions", *J. Colloid Interface Sci.*, 265, 141-151.
- [26] I. Ansys (2016) *ANSYS Fluent Theory Guide*.
- [27] N. Deen, T. Solberg, B. Hjertager (2001) "Large eddy simulation of gas-liquid flow in a square cross-sectioned bubble column", *Chem. Eng. Sci.*, 56, 6341-6349.
- [28] Y. Sato, K. Sekoguchi (1975) "Liquid velocity distribution in two-phase bubble flow", *Int. J. Multiphase Flow*, 2, 79-95.
- [29] S. Elghobashi, T. Abou- Arab (1983) "A two- equation turbulence model for two- phase flows", *Phys. Fluids*, 26, 931-938.
- [30] J. Chen, N. Yang, W. Ge, J. Li (2009) "Computational fluid dynamics simulation of regime transition in bubble columns incorporating the dual-bubble-size model", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 48, 8172-8179.
- [31] A. Tomiyama, I. Kataoka, I. Zun, T. Sakaguchi (1998) "Drag coefficients of single bubbles under normal and micro gravity conditions", *JSME Int. J., Ser. B*, 41, 472-479.
- [32] A. Tomiyama, H. Tamai, I. Zun, S. Hosokawa (2002) "Transverse migration of single bubbles in simple shear flows", *Chem. Eng. Sci.*, 57, 1849-1858.

# Experimental and Numerical Studies of the Effect of Hydrodynamic Parameters on a Laboratory Column Flotation Cell by Applying an Industrial Ore Feed

Samiramis Nasirimoghaddam <sup>1</sup>, Ali Mohebbi <sup>1,\*</sup>, Mohsen Karimi <sup>2</sup>, Mohammad Reza Yarahmadi <sup>3</sup>

1. Department of Chemical Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran
2. Department of Chemistry and Chemical Engineering, Chalmers University of Technology, SE-41296 Gothenburg, Sweden
3. Sarcheshmeh Copper Complex, Iran

---

## ABSTRACT

Column flotation, as a method with higher metallurgical performance is a better choice compared to the conventional mechanical cells for mineral processing. In this study, a 3D unsteady and two-phase flow computational fluid dynamics (CFD) simulation accompanied by experimental measurements was performed to calculate the flotation rate constant in a laboratory column flotation cell with a real ore feed at Sarcheshmeh Copper Complex. The population balance model (PBM) was applied to investigate the effect of bubble size on the flotation rate constant. The simulations were based on the Eulerian-Eulerian method and the  $k-\varepsilon$  dispersed turbulence model. To apply the local flow values to the kinetic model of flotation rate constant, different user-defined functions (UDFs) were applied. The flotation rate constants in the column flotation were predicted at different superficial gas velocities and particle sizes. CFD results were validated by comparison with the experimental data. The interfacial forces (lift and virtual mass) effect on the flotation rate constants' prediction was assessed. The pulp density effect on the flotation rate constant was studied, indicating that increasing pulp concentration decreases the flotation rate constant. The superficial gas velocity effect on the gas holdup and bubble surface area flux was studied as well. Comparing simulation results and the experimental data reveals that the bubble size distribution effect on the predicted flotation rate constant is negligible.

All right reserved.

---

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received: January 18, 2021

Received in revised form: May 5, 2021

Accepted: June 22, 2021

---

### Key words:

Computational Fluid Dynamics  
Column flotation cell  
Eulerian-Eulerian approach  
Flotation rate constant  
Population balance model

\* Corresponding author  
amohebbi2002@yahoo.com  
amohebbi@uk.ac.ir