

## شبیه‌سازی تأثیر هندسه کارتریج در فرآیندهای جداسازی غشایی

سمیرا قطبی<sup>۱</sup>، بهاره پیرزاده<sup>۱\*</sup>، داود محبی کلهری<sup>۲</sup>، اعظم عبدالهی<sup>۱</sup>

۱. گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

۲ گروه مهندسی شیمی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

### چکیده

امروزه به منظور جداسازی آلدگی‌ها از سیالات استفاده از روش‌های غشایی مانند اولترافیلتراسیون الیاف توخالی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. معادلات حاکم بر مسئله نشان دهنده نقش بسزای هندسه کارتریج بر فرآیند جداسازی است. تحقیق حاضر به منظور بررسی تأثیر هندسه کارتریج یک سیستم اولترافیلتراسیون الیاف توخالی بر عملکرد جداسازی، انجام شده است. مدل‌سازی عددی فرایند جداسازی به سه دسته تقسیم شده که شامل دایره، مربع و مثلث است. فضای شامل الیاف، به صورت محیط دو متخلخله در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که در شرایط یکسان استفاده از هندسه مربعی و مثلثی نسبت به دایره، به ترتیب باعث کاهش در فشار انتقال غشایی<sup>۱</sup>، ضخامت کیک<sup>۲</sup> و در نتیجه مقاومت کیک<sup>۳</sup> و غشا<sup>۴</sup> می‌شود. همچنین هندسه مثلث تحت تغییر در دبی ورودی و چگالی بسته بندی، عملکرد بهتری نسبت به دو هندسه دیگر از خود نشان داده و زمان رسیدن به ضخامت کیک مشابه، در آن بیشتر است.

### مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۲ مرداد ۱۳۹۶

دریافت پس از اصلاح: ۴۷ تیر ۱۳۹۷

پذیرش نهایی: ۱۱ مهر ۱۳۹۷

### کلمات کلیدی:

جداسازی،  
کارتریج،  
محیط متخلخل،  
الیاف توخالی،  
فشار انتقال غشایی،  
دینامیک سیالات محاسباتی

حقوق ناشر محفوظ است.

\* عهده دار مکاتبات:

b\_pirzadeh@eng.usb.ac.ir

<sup>1</sup> TranseMembrane Pressure

<sup>2</sup> Cake Thickness

<sup>3</sup> Cake Resistance

<sup>4</sup> Membrane Resistance

## ۱- مقدمه

محاسبه و سپس اثر آنها بر فرایнд مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- روش تحقیق

### ۲-۱- ساختارهای هندسی و مدل‌سازی

در این تحقیق یک مژول اولترافیلتراسیون شامل غشای الیاف توخالی مورد بررسی قرار گرفته است. غشاء استفاده شده در فرایند جداسازی از نوع پلیمری پلی‌سولفون با لایه داخلی از جنس UPVC است و سیال جریان یافته در داخل مژول، نیوتونی و غیرقابل تراکم با چگالی و لزجت ثابت فرض شده است. دسته‌های غشای الیاف توخالی به صورت یک انتها بسته (U شکل) هستند و دارای حفره‌هایی با اندازه ۰/۱-۱ میکرومتر روی سطح خود می‌باشند. از آنجایی که این سیستم مجموعه‌ای از هزاران الیاف است که همزمان در فرایند جداسازی نقش دارند و بررسی یک فیبر به تنها یک نمی‌تواند مسئله را در مقیاس واقعی بررسی کند، برای مدل‌سازی مسئله با استفاده از نرم‌افزار کامسول و متلب، از تکنیک محیط دو-متخلخله استفاده شده است. در این تکنیک فرض شده است که مژول از دو محیط متخلخل شامل ناحیه بیرونی الیاف توخالی (شل<sup>۵</sup>) و ناحیه داخلی الیاف توخالی (لومن<sup>۶</sup>) تشکیل شده است و هر کدام از آن‌ها دارای تخلخل و نفوذپذیری مختص خود می‌باشند [۱۵-۱۷]. در جدول (۱) پارامترهای اولیه استفاده شده در مدل‌سازی فرایند جداسازی ارائه شده است. برای مقایسه عملکرد کارتريج‌های با هندسه‌های مختلف، فرایند جداسازی تحت تغییرات دبی ورودی به مژول و چگالی بسته‌بندی نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول ۱- پارامترهای اولیه استفاده شده در مدل [۱۸]

پارامتر	مقدار
شعاع داخلی الیاف توخالی	۰/۱۵(mm)
طول الیاف	۹۰/۷۵(mm)
دبی ورودی	۸۰(l/h)
شعاع خارجی الیاف توخالی	۰/۳۵(mm)
تعداد الیاف	۳۰۰۰

امروزه فرایندهای غشایی از جمله میکرو و اولترافیلتراسیون به عنوان یک روش جداسازی در مایعات و گازها، در محدوده وسیعی به کار گرفته می‌شوند و از نظر کمی روندی رو به رشد را دنبال می‌کنند [۱]. غشاهای پلیمری به دلیل مزایای بسیاری که دارند، برای مصارف و روش‌های مختلف جداسازی به کار برده می‌شوند [۲، ۳]. از بین غشاهای موجود غشای الیاف توخالی به دلیل داشتن نسبت سطح به حجم بزرگتر [۴] و انتقال جرم سریعتر [۵] در فرایندهای جداسازی آبودگی مثل تصفیه آب و فاضلاب مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۶-۱۱]. وانگ و همکاران الیاف توخالی جدیدی با سطح مقطع بیرونی مثلثی تولید کردند که نفوذپذیری آب خالص آن نسبت به انواع دایروی افزایش یافت [۱۲]. هاشینو و همکاران با ایجاد زبری‌هایی بر روی سطح غشا به بررسی رابطه بین این زبری‌ها و گرفتگی آن پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که در زبری‌های بزرگتر، خصوصیات جداسازی غشا از جمله ضدگرفتگی و برگشت‌پذیری نفوذپذیری افزایش یافت [۱۳]. پولیاکو و همکاران روش جدیدی را برای جداسازی آبودگی‌ها از سیال با استفاده از فیلتر الیاف توخالی مستطیلی ارائه کردند. نتایج نشان داد که این روش نسبت به روش‌های میکرو و اولترافیلتراسیون معمول، از نظر صنعتی قابل قبول است [۱۴]. الیاف توخالی به صورت دسته درون کارتريج قرار می‌گیرند. اکثر کارتريج‌های معمول به صورت استوانه با سطح مقطع دایروی ساخته می‌شوند. مطالعات نشان می‌دهد که تحقیقات پیشین بر تغییرات روی هندسه و مشخصات الیاف توخالی تأکید داشته‌اند و تغییر در هندسه کارتريج، به ندرت مورد توجه محققین قرار گرفته است. از آنجاییکه از چند دهه گذشته سیستم‌های میکرو و اولترافیلتراسیون برای مصارف مختلف جداسازی آبودگی‌ها در صنعت مورد استفاده قرار گرفته‌اند ضروری است که تأثیر پارامترهای مختلف بر روی عملکرد آن‌ها به منظور استفاده بهتر از این سیستم‌ها مورد بررسی قرار گیرد. این تحقیق به بررسی اثر تغییر در هندسه کارتريج‌های حاوی الیاف توخالی بر عملکرد اولترافیلتراسیون با در نظر گرفتن دو هندسه مربعی و مثلثی پرداخته است و تغییرات فشار انتقال غشایی (TMP)، ضخامت کیک (δ)، مقاومت کیک ( $R_c$ ) و مقاومت غشا ( $R_m$ ) طی فرایند جداسازی مورد ارزیابی قرار گرفته است. به منظور بررسی رفتار کارتريج‌های نام برده در طی فرایند، در ابتدا پارامترهای هندسی مربوط به هر یک از دو هندسه با استفاده از یک استراتژی

<sup>۵</sup> External Capillary Space, ECS  
<sup>۶</sup> Lumina

شود و در ادامه توضیح داده خواهد شد. معادله دارسی برای نواحی متخلخل به صورت (۳) و (۴) بیان می‌شود:

$$q_s = -\left(\frac{k_{s,X}}{\mu} \frac{\partial P_s}{\partial X} - \rho g\right) e_x + \frac{k_{s,r}}{\mu} \frac{\partial P_s}{\partial r} e_r \quad (3)$$

$$q_l = -\frac{k_l}{\mu} \left(\frac{\partial P_l}{\partial X} - \rho g\right) \quad (4)$$

به دلیل در نظر نگرفتن شتاب ثقل، از عبارت  $\rho g$  صرف نظر شده است.  $P_s$  و  $P_l$  به ترتیب فشار در ناحیه بیرونی و داخلی الیاف بر حسب (Pa)،  $x$  و  $r$  به ترتیب مختصات در جهت طول و شعاع کارتریج،  $e_x$  و  $e_r$  بردار در جهت محورهای مختصات  $x$  و  $r$  می‌لزجت آب است.

در نواحی شل و لومن، تخلخل و نفوذپذیری در حین فرآیند جداسازی ثابت فرض شده است. نفوذپذیری در لومن تنها در راستای طولی وجود دارد، بنابراین  $K_s$  معرف نفوذپذیری در لومن و ماتریس قطری  $K_l$  معرف نفوذپذیری در شل می‌باشد. روابط (۵) و (۶) [۱۹] و (۷) [۲۰] :

$$K_{s,X} = \frac{r_0^2}{4\varphi} \left(-\log \varphi - \frac{3}{2} + 2\varphi - \frac{1}{2}\varphi^2\right) \quad (5)$$

$$K_{s,r} = \frac{r_0^2}{4\varphi} \left(-\log \varphi + \frac{\varphi^2 - 1}{\varphi^2 + 1}\right) \quad (6)$$

$$K_l = \frac{Nr_i^4}{8R^2} \quad (7)$$

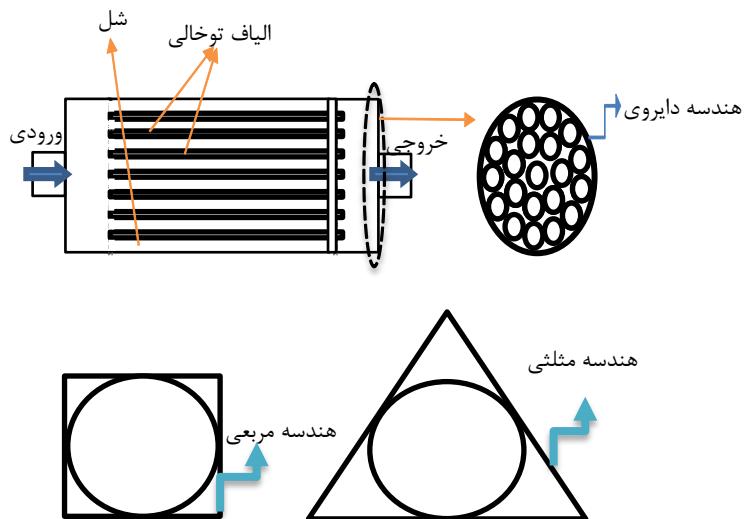
در این روابط  $\varphi = 1 - \epsilon$ ،  $N$  تعداد الیاف توخالی در مازول،  $R$  شعاع مازول (m) و  $r_0$  و  $r_i$  به ترتیب شعاع خارجی و داخلی الیاف توخالی (m) است. همانطور که قبلاً تعریف شد،  $\Gamma$  معرف نرخ خروج جریان در واحد حجم می‌باشد و به صورت (۸) تعریف می‌شود [۱۸] :

$$\Gamma = \frac{A_v}{\mu(R_m + R_c)} (P_s - P_l) \quad (8)$$

سطح مخصوص فیلترکننده ( $m^{-1}$ )،  $R_m$  مقاومت غشاء و  $R_c$  مقاومت جرم انباشته شده روی غشاء بر حسب ( $m^{-1}$ ) می‌باشد و در قسمت بعدی تعریف خواهند شد. برای مدل-سازی انتقال جرم فرض شده است که تنها یک نوع آلودگی با غلظت  $3[c] = ML - 3$  در حجم سیال (آب) وجود دارد که تماماً به وسیله غشا گرفته شده و در ناحیه لومن هیچ مقداری از آلودگی وجود ندارد بنابراین انتقال جرم تنها در ناحیه شل بررسی شده است. طی فرایندهای فیلتراسیون، ذرات آلودگی موجود در سیال به وسیله غشا گرفته شده، مقداری از آلودگی‌ها بر روی سطح غشا چسبیده و باعث بوجود آمدن یک لایه ضخیم به نام کیک و ایجاد مقاومت کیکی می‌شود و مقداری دیگر در حفرات غشا به دام می‌افتد و باعث

## ۲-۲-استراتژی و تعیین مشخصات هندسی

به منظور تعیین مشخصات هندسه‌های مربع و مثلث، از استراتژی همارزی شعاع دایره محاطی هندسه جدید با شعاع کارتریج معمولی با مقطع دایروی استفاده شده است. مطابق شکل ۱، فرض شده است که هندسه کارتریج از حالت دایروی به مربعی و یا مثلثی تغییر یابد. در هر سه هندسه، جریان خوراک در ناحیه شل و جریان نفوذکننده در ناحیه لومن در طی فرایند جداسازی برقرار است. به منظور بررسی اثر هندسه، در ابتدا پارامترهای دخیل در مسئله برای هر یک از هندسه‌ها محاسبه و وارد مدل شده است.



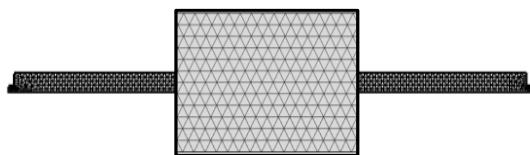
شکل ۱- هندسه مازول دایروی و مربعی و مثلثی

برای محاسبه پارامتر نفوذپذیری در ناحیه داخلی الیاف، از قانون جریان‌های Hagen-Poiseuille در محیط‌های لوله‌ای استفاده شده است [۱۹]. عدد رینولدز در فرایند جداسازی برابر با  $1/53$  به دست آمده است که در محدوده جریان‌های خریشی قرار گرفته و بنابراین می‌توان از معادله دارسی در محیط متخلخل استفاده کرد. قانون دارسی [۱۹] و معادله بقای جرم [۱۸]، معادلات حاکم بر محیط متخلخل می‌باشند. معادله بقای جرم به صورت (۱) و (۲) بیان می‌شود:

$$\nabla \cdot q_s = -\Gamma \quad (1)$$

$$\nabla \cdot q_l = \Gamma \quad (2)$$

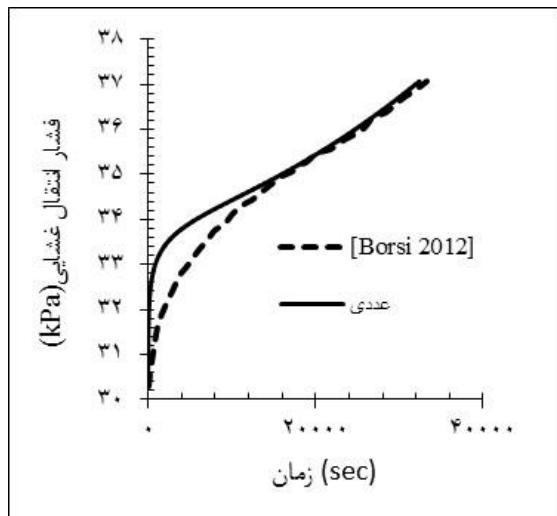
که  $q$  دبی مخصوص (سرعت ظاهری) با واحد (m/s) و  $\Gamma$  چشم‌های چاهک، نرخ خروج جریان از طریق ماتریس غشا ( $s^{-1}$ ) است که برای ناحیه بیرونی از علامت منفی (خروج جریان) و برای ناحیه داخلی از علامت مثبت (ورود جریان) استفاده می-



شکل ۲- شبکه محاسباتی استفاده شده در نرم افزار

#### ۴- تحلیل نتایج

در قدم اول، مدل با مشخصات ارائه شده در جدول (۱)، کالیبره و صحتسنجی شده است (شکل ۳). قسمت ابتدای منحنی مربوط به کالیبراسیون مدل می‌باشد که حدود ۱۵۰۰۰ ثانیه از صحتسنجی را به خود اختصاص داده است. از این زمان به بعد که مربوط به صحتسنجی مدل می‌باشد، تطابق مناسبی بین مدل و منحنی ارائه شده توسط [۱۸] برقرار است.



شکل ۳- صحتسنجی مدل عددی

#### ۱-۴- بررسی تغییر هندسه بر روی پارامترهای مختلف در فرآیند

به منظور بررسی اثر تغییر هندسه کارتريج بر فرآیند جداسازی، در ابتدا پارامترهای مربوطه محاسبه و سپس وارد مدل شده‌اند و نتایج حاصل از آن‌ها با همدیگر مقایسه شده است که در جدول (۲) بیان شده است. با محاسبه مساحت از طریق روابط ارائه شده در جدول مشاهده شد که کارتريج مثلثی حدود ۶۵٪ و کارتريج مربعی حدود ۲۷٪ نسبت به دایره افزایش مساحت داشته‌اند.

کاهش سطح فیلترکننده و افزایش مقاومت غشایی می‌شوند. مقاومت و ضخامت کیک بوجود آمده با جرم آلودگی انباشته شده در ناحیه شل (کیک)،  $c_m = ML - 3$  در ارتباط هستند.  $c_p$  جرم آلودگی چسبیده در داخل ماتریس و حفرات غشا و بدون واحد است که با پیشرفت فرآیند مقدار آن افزایش یافته و در نتیجه مقاومت غشا افزایش می‌یابد. معادله انتقال و جرم آلودگی انباشته شده (کیک) به صورت (۹-۱۴) بیان می‌شود [۲۱، ۱۸ و ۱۹]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_s c) + \nabla \cdot (c q_s) = \nabla \cdot (\varepsilon_s D \nabla c) \alpha \Gamma(\varepsilon_s c)$$

(۹)

$$\frac{\partial c_m}{\partial t} = \alpha \Gamma(\varepsilon_s c) \quad (10)$$

$$R_c(c_m) = \frac{r_i}{\gamma_c} \log(1 \frac{1}{r_o}(\delta)) \quad (11)$$

$$R_m(c_p) = (r_o - r_i) \frac{4A_{filt}}{N_p \pi ((\frac{c_p}{\eta}) - d_\delta^2)^2} \quad (12)$$

$$TMP = P_{in} - P_{out} \quad (13)$$

$$\delta = R \left( \sqrt{\frac{c_m(t)}{3\rho_c N}} \right) \quad (14)$$

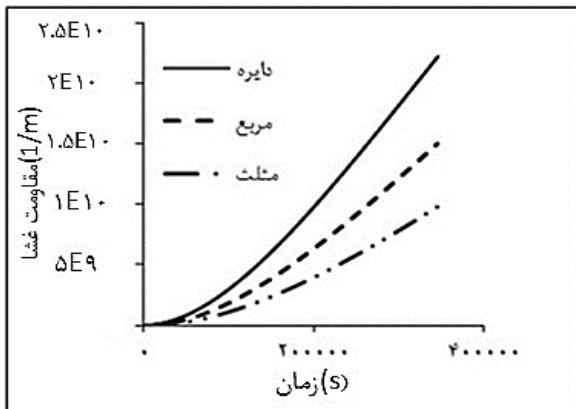
که  $D$  ضریب انتشار هیدرودینامیکی،  $\alpha$  ضریب چسبندگی،  $A$  سطح مقطع کارتريج،  $\varepsilon_s$  تخلخل در ناحیه شل،  $c_m$  غلظت کیک،  $\delta$  ضخامت کیک،  $A_{filt}$  سطح فیلترکننده،  $N_p$  تعداد حفره‌های روی سطح غشا،  $d_\delta$  قطر حفره‌های روی سطح غشا،  $P_{in}$  و  $P_{out}$  فشار ورودی و خروجی در کارتريج،  $\rho_c$  چگالی کیک و  $TMP$  فشار انتقال غشایی است. روابط ارائه شده همگی برای کارتريج با سطح مقطع دایروی می‌باشند.

#### ۳- هندسه و شرایط مرزی

در شکل ۲ مش محاسباتی میدان حل در نرم افزار کامسول نشان داده شده است. حداکثر بعد المان‌ها ۴ میلی‌متر و حداقل بعد آنها ۰/۱۸ میلی‌متر است. مش محاسباتی بکار رفته، از نوع مثلثی است. به منظور حل مسئله، برای هر کدام از نواحی متخلخل، شرایط مرزی جداگانه‌ای در نظر گرفته شده است. ورود و خروج سیال به ترتیب از طریق ناحیه شل و لومن انجام می‌شود و مقدار آن برابر با شار جریان  $J$  فرض شده است. همچنین شرط مرزی غلظت مربوط به خوراک ورودی به ناحیه شل است که مقدار آن ثابت و برابر  $c_{in}$  است.

مرز ورودی

$$q_{in, n} = -J \quad q_{s, n} = J, \quad J = \frac{Q}{A}, \quad c = c_{in}$$



شکل ۴- مقایسه تغییرات مقاومت غشا با زمان در سه هندسه

### ۳-۴- ضخامت و مقاومت ذرات انباسه شده (کیک) بر روی سطح الیاف

اولترافیلتراسیون یک فرایند جداسازی در فشار پایین می‌باشد. یکی از اصلی‌ترین مسائلی که در این فرایند رخ می‌دهد گرفتگی سطح غشا به علت جذب آلودگی روی آن می‌باشد [۲۴]. در طی فرآیندهای جداسازی، ذراتی که به وسیله غشا از سیال جدا می‌شوند بر روی سطح الیاف انباسته شده و تشکیل کیک می‌دهند. با توجه به روابط بیان شده، ضخامت کیک تشکیل شده روی سطح الیاف توخالی به تخلخل ناحیه شل بستگی دارد. همچنین با توجه به تعریف تخلخل، این پارامتر به هندسه کارتريج وابسته است. بنابراین ایجاد هرگونه تغییری در هندسه کارتريج باعث تغییر در این پارامتر شده و بر ضخامت کیک اثر می‌گذارد. از آنجایی که تخلخل در هندسه دایروی نسبت به دو هندسه دیگر بیشتر است، کیک تشکیل شده در این هندسه نیز نسبت به دو هندسه دیگر ضخیم‌تر و در نتیجه میزان جداسازی و حذف آلودگی بیشتر شده است و در شکل ۵ الف و ب نشان داده شده است. همانطور که از شکل مشخص است کمترین ضخامت ایجاد شده مربوط به کارتريج با هندسه مثلثی است. در این تحقیق شبیه سازی‌ها برای ۳۰۰۰ الیاف انجام شده است.

### ۴-۲- تغییرات مقاومت غشا

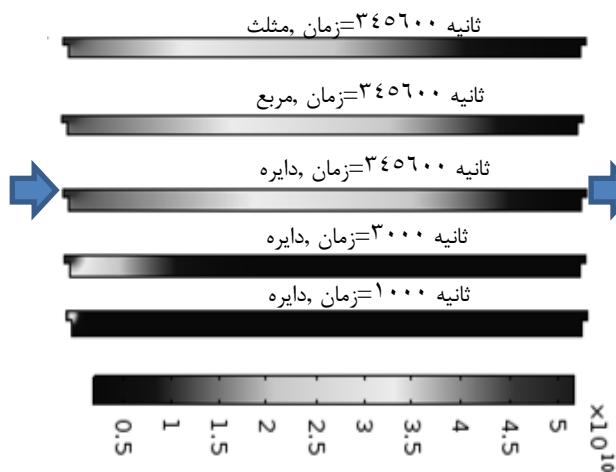
غشاها دارای مقاومت ذاتی در مقابل عبور سیال هستند. اما در طی فرایند جداسازی تعدادی از ذرات به درون حفره‌های ماتریس غشا چسبیده و باعث تنگشدن و گاه انسداد آنها می‌شوند [۲۲]. این امر باعث کاهش راندمان جداسازی و افزایش مقاومت غشا می‌شود. مقدار ذرات آلودگی چسبیده (جداسازی شده) در ماتریس غشا به غلظت آلودگی بستگی دارد و از آنجاییکه در این تحقیق فرض شده است که آلودگی تنها در ناحیه شل وجود دارد طبق معادله انتقال جرم، تغییر در تخلخل ناحیه شل باعث تغییر در مقدار ذرات چسبیده در ماتریس غشا و در نتیجه تغییر در میزان جداسازی و مقاومت غشا شده است. با افزایش مقاومت غشا، مقاومت کل در برابر انتقال جرم افزایش و میزان جداسازی کاهش یافته است [۲۳]. بر اساس دلایل ذکر شده، کارتريج با هندسه دایروی نسبت به دو هندسه دیگر مقاومت بیشتری نشان داده است. همانطور که در شکل ۶ نشان داده شده است کمترین مقاومت غشا مربوط به کارتريج با هندسه مثلثی است.

جدول ۲- پارامترهای هندسی و فیزیکی مربوط به هندسه‌ها

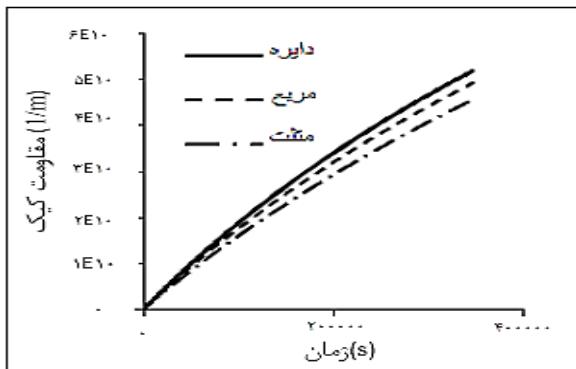
$\epsilon_s = 1 - N\left(\frac{\pi r_o^2}{A}\right)$	تخلخل در شل
$Kl = N\left(\frac{\pi(r_i^4)}{8A}\right)$	نفوذپذیری محوری در لومن
$\delta = \sqrt{\frac{AC_m}{3\pi N\rho_c}}$	ضخامت کیک
$A_v = \frac{2\pi r_o N}{A - N\pi r_o^2}$	سطح مخصوص
$A = \frac{9R^2}{\sqrt{3}}$	مساحت کارتريج مثلثی
$A = 4R^2$	مساحت کارتريج مربعی

## شبیه‌سازی تأثیر هندسه کارتریج در فرآیندهای جداسازی غشایی

همانطور که در این شکل نشان داده شده است بیشترین مقدار مقاومت کیکی مریبوط به هندسه دایروی و کمترین مقدار مریبوط به هندسه مثلثی است.

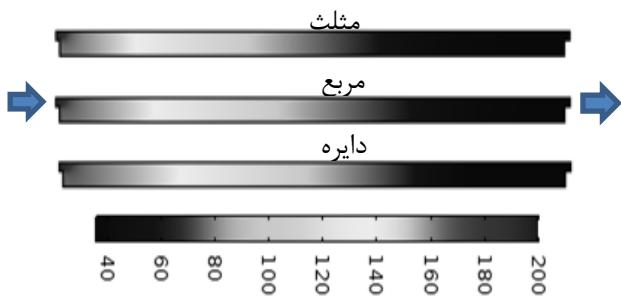


شکل ۶ الف- مقاومت کیک به وجود آمده و مقایسه آن در سه هندسه

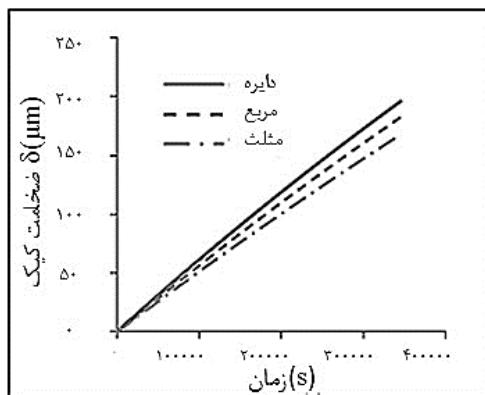


شکل ۶ ب- مقایسه تغییرات مقاومت کیک با زمان در سه هندسه

در شکل ۶ الف مقاومت کیک به وجود آمده در طی فرایند جداسازی در مژول با هندسه‌های مختلف نشان داده است. همانطور که دیده می‌شود در ابتدای فرایند و در هندسه دایروی مقاومت کیک بوجود آمده کم بوده و با پیشرفت فرایند، مقدار آن افزایش یافته و این روند تا پایان تأثیرات هندسه‌های مختلف ادامه یافته است. همچنین مقایسه بین هندسه‌های مختلف نشان می‌دهد که مقاومت کیک بوجود آمده در پایان فرایند در هندسه مثلثی نسبت به هندسه مریبی و دایروی کمتر است. از آنجائیکه مقاومت کیک ارتباط مستقیمی با ضخامت آن دارد بنابراین نتایج ارائه شده در این شکل تأیید کننده نتایج مریبوط به ضخامت کیک می‌باشد که قبلاً بیان شد.



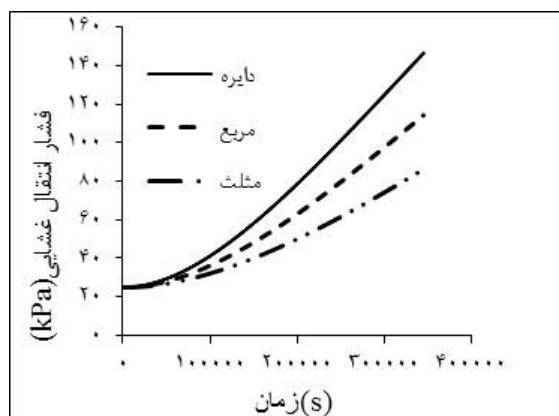
شکل ۵ ب- مقایسه ضخامت کیک بوجود آمده در سه هندسه



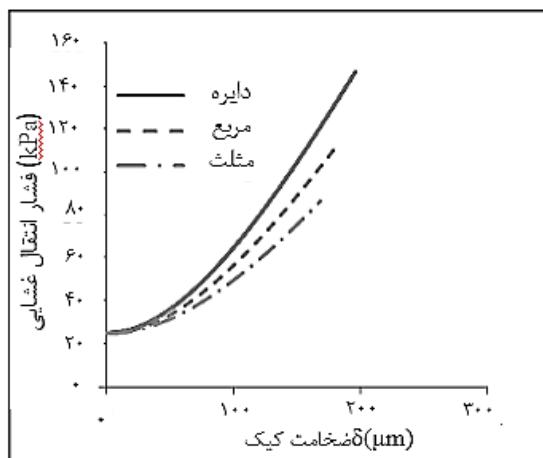
شکل ۵ ب- تغییرات ضخامت کیک با زمان در سه هندسه

مقدار ضخامت کیک بوجود آمده در داخل مژول به صورت متوسط ضخامت در کل محیط استخراج شده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود در کارتریج با هندسه دایروی، سهم بیشتر و در هندسه مثلثی سهم کمتری از مژول را کیک ضخیم تشکیل داده است. همانطور که از این شکل بر می‌آید کارتریج با هندسه مثلثی عملکرد بهتری در مقایسه با دو هندسه دیگر داشته است.

کیک تشکیل شده در طی فرایند فیلتراسیون باعث ایجاد مقاومتی در برابر عبور سیال از غشا می‌شود که به آن مقاومت کیکی گفته شده و رابطه مستقیمی با ضخامت کیک تشکیل یافته دارد. بنابراین هر چه ضخامت کیک بیشتر باشد مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهد [۱۴]. با توجه به شکل ۵ الف و ب که نشان دهنده ضخامت بیشتر کیک در هندسه دایروی نسبت به دو هندسه دیگر است، انتظار می‌رود که مقاومت کیکی در آن نسبت به دو هندسه دیگر بیشتر باشد. نتایج ارائه شده در شکل ۶ الف و ب بیانگر این موضوع است.



شکل ۷- مقایسه تغییرات فشار انتقال غشایی TMP با زمان در سه هندسه



شکل ۸- مقایسه تغییرات TMP با ضخامت کیک در سه هندسه

**۴-۵- تأثیر تعداد الیاف (چگالی بسته‌بندی) بر TMP**  
در قسمت‌های قبلی، شبیه‌سازی‌ها در تعداد الیاف توخالی ۳۰۰۰ تا انجام شده‌است. با توجه به اینکه مساحت کارتریج‌های مثلثی و مربعی بر اساس استراتژی بیان شده در این تحقیق نسبت به دایروی افزایش یافته‌است، می‌توان تعداد الیاف توخالی بیشتری را در این کارتریج جایگذاری کرد. از آنجاییکه جadasازی آводگی‌ها از طریق سطح الیاف انجام می‌شود، مساحت سطح آن‌ها از مهمترین پارامترهای تأثیرگذار در فرایند جadasازی سیال است. به منظور بررسی اثر تعداد الیاف توخالی بر مقدار TMP در هر سه هندسه چگالی بسته‌بندی یکسانی در نظر گرفته شده و اثر آن مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۱۳ نشان می‌دهد که در چگالی بسته‌بندی یکسان برای هر سه هندسه، تغییرات TMP در هندسه مثلثی نسبت به مربعی و دایروی کمتر شده است.

#### ۴-۶- فشار انتقال غشایی TMP

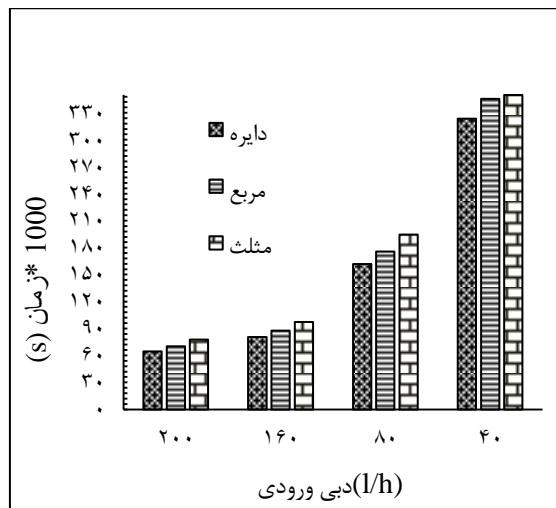
با توجه به شکل ۷ تغییر در هندسه کارتریج باعث ایجاد تغییرات قابل توجهی در فشار انتقال غشایی TMP شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود، کارتریج با هندسه مثلثی نسبت به هندسه‌های مربعی و دایروی، TMP کمتری را در طی فرایند جadasازی ایجاد کرده است. دلیل این امر را می‌توان در ارتباط بین TMP و  $R_m$  و  $R_c$  جستجو کرد [۲۵]. در طی فرایند به علت ایجاد کیک و چسبیدن ذرات درون ماتریس غشا، مقاومت کیکی  $R_c$  و مقاومت غشا  $R_m$  افزایش یافته و باعث مقاومت در مقابل عبور سیال و کاهش میزان جadasازی و بنابراین ایجاد اختلاف فشار بین ورودی و خروجی از سیستم TMP می‌شوند. هر چه مقدار این دو پارامتر افزایش یابد، مقدار TMP افزایش یافته و میزان عملکرد غشا کاهش می‌یابد. از آنجائی که مقدار این دو مقاومت در هندسه مثلثی نسبت به دو هندسه دیگر کمتر است، TMP ایجاد شده نیز کمتر و میزان جadasازی به وسیله غشا بیشتر شده است و لذا دو هندسه پیشنهادی در این تحقیق، بطور موثرتری در فرایند جadasازی عمل کرده‌اند.

در شکل ۸ تغییرات TMP در ازای تغییر ضخامت کیک ۸ نشان داده شده است. همانطور که مشخص است با افزایش در میزان ضخامت کیک ایجاد شده در طی فرایند، مقدار TMP افزایش یافته و تا پایان فرآیند روندی صعودی از خود نشان داده است. همچنین میزان جadasازی به وسیله غشا کاهش یافته است. این نتیجه در انطباق با یافته‌های محققین [۲۶] می‌باشد. همانطور که از شکل ۸ مشخص است تغییرات این دو پارامتر در هندسه مثلثی نسبت به دو هندسه دیگر کمتر است که از این نظر، استفاده از آن بعنوان هندسه مناسبتر، توصیه می‌شود.

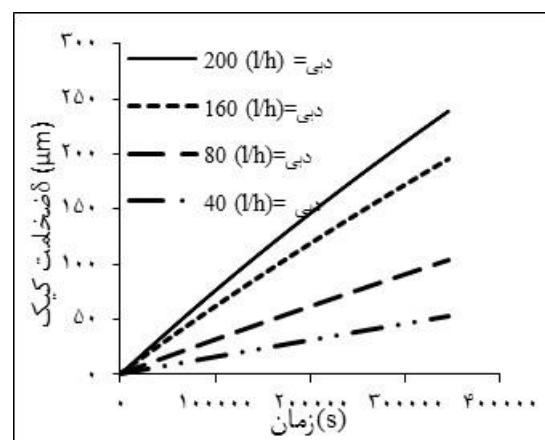
#### ۴-۶- بررسی تأثیر تغییرات دبی بر روی ضخامت کیک در هندسه‌های مختلف

افزایش دبی باعث افزایش میزان فلاکس ورودی به سیستم، سرعت خوراک و اختلاف فشار در دو طرف غشا می‌شود. همچنین مقدار و سرعت انتقال جرم در سیستم و در نتیجه انباشت ذرات افزایش می‌یابد. این امر باعث افزایش جرم کیک تشکیل یافته می‌شود. بنابراین در دبی‌های بیشتر، کیک تشکیل شده ضخیم‌تر است و این افزایش ضخامت در مقایسه با دبی‌های دیگر در زمان کمتری اتفاق می‌افتد [۲۶].

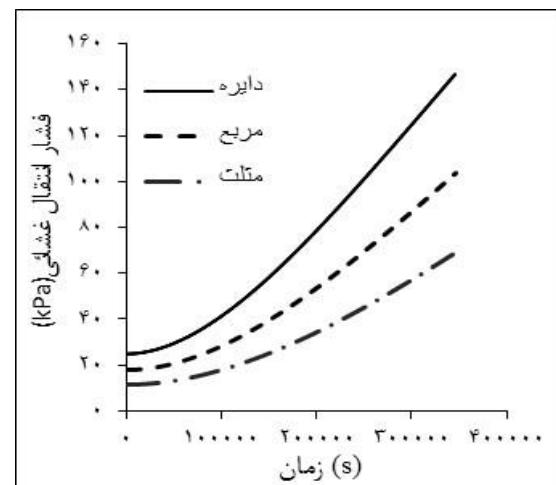
## شبیه‌سازی تأثیر هندسه کارتريج در فرآیندهای جداسازی غشایی



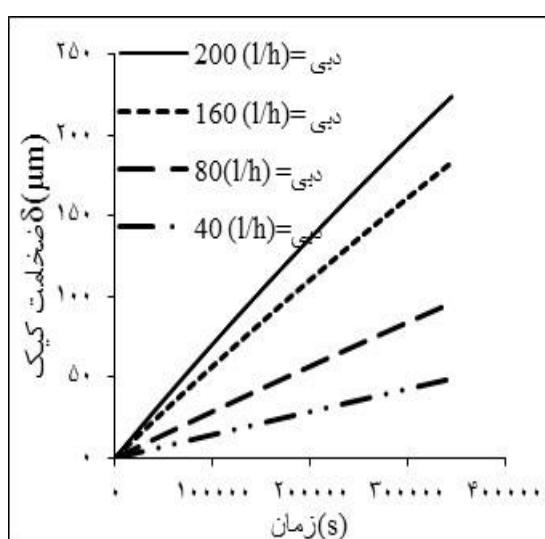
شکل ۱۲- مقایسه زمان لازم برای رسیدن به ضخامت کیک ۵ میکرومتر در دبی‌های مختلف برای هر سه هندسه



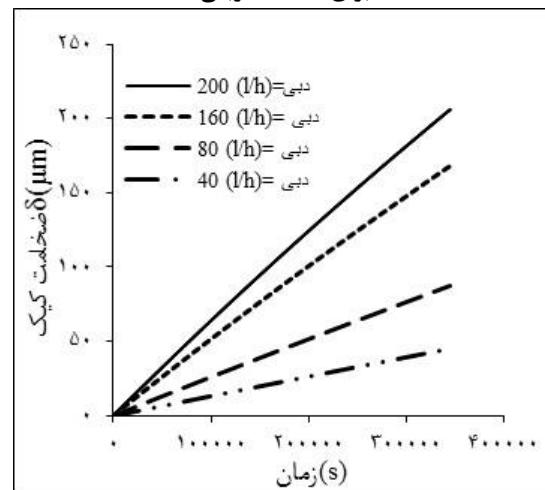
شکل ۹- مقایسه تغییر ضخامت کیک ۵ با تغییر دبی ورودی برای هندسه دایروی



شکل ۱۳- تغییرات TMP در چگالی بسته‌بندی یکسان



شکل ۱۰- مقایسه تغییر ضخامت کیک ۵ با تغییر دبی ورودی برای هندسه مربعی



شکل ۱۱- مقایسه تغییر ضخامت کیک ۵ با تغییر دبی ورودی برای هندسه مثلثی

**۵- جمع‌بندی نتایج**

در این تحقیق به منظور بررسی اثر تغییر در هندسه کارتريج بر روی فرایند جداسازی آلودگی‌ها از سیالات یک سیستم اولترافیلتراسیون الیاف توخالی مورد ارزیابی قرار گرفته است و برای این منظور دو هندسه مربعی و مثلثی با استفاده از استراتژی برابری محیط دایره محاطی هندسه غیردایروی با محیط دایره کارتريج‌های دایروی تعیین شده‌اند. سپس اثر این تغییر بر روی فشار انتقال غشایی TMP، میزان جداسازی آلودگی، ضخامت کیک  $\delta$  و اثر تغییر دبی بر روی این پارامترها مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان داد که تحت شرایط یکسان و در مقایسه با هندسه دایروی، در دو هندسه دیگر ضخامت  $\delta$ ، مقاومت کیک  $R$  و غشا کاهش

- [6] L.Y. Jiang, T.S. Chung, and R. Rajagopalan (2008) "Dehydration of Alcohols by Pervaporation through Polyimide Matrimid® Asymmetric Hollow Fibers with Various Modifications" *Chemical Engineering Science*, 63(1), 204-216
- [7] J.B. Chung, J.P. DeRocher, and E.L. Cussler (2005) "Distillation with Nanoporous or Coated Hollow Fibers" *Journal of membrane science*, 257(1), 3-10
- [8] R.B. Davis, R.D. Burchesky, and M.J. Coplan (1977) "Hollow Fiber Composite Membrane Modules for Reverse Osmosis" *Desalination*, 22(1-3), 221-227
- [9] N. Widjojo, and T.S. Chung (2006) "Thickness and Air Gap Dependence of Macrovoid Evolution in Phase-Inversion Asymmetric Hollow Fiber Membranes" *Industrial & engineering chemistry research*, 45(22), 7618-7626
- [10] G. Arthanareeswaran, D. Mohan, and M. Raajenthiren (2010) "Preparation, Characterization and Performance Studies of Ultrafiltration Membranes with Polymeric Additive" *Journal of Membrane Science*, 350(1), 130-138
- [11] D.T. Clausi, and W.J. Koros (2000) "Formation of Defect-Free Polyimide Hollow Fiber Membranes for Gas Separations" *Journal of Membrane Science*, 167(1), 79-89
- [12] P. Wang, L. Luo, and T.S. Chung (2014) "Tri-bore Ultra-Filtration Hollow Fiber Membranes with A Novel Triangle-Shape Outer Geometry" *Journal of Membrane Science*, 452, 212-218
- [13] J.B. Chung, J.P. DeRocher, and E.L. Cussler (2005) "Distillation with Nanoporous or Coated Hollow Fibers" *Journal of membrane science*, 257(1), 3-10
- [14] Y.S. Polyakov, and D.A. Kazenin (2005) "Membrane Filtration with Reversible Adsorption: Hollow Fiber Membranes as Collectors of Colloidal Particles" *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 39(2), 118-128
- [15] ر. خادمی، س. میریان، و د. محبی کلهری (۱۳۹۱) "بررسی تاثیرات پارامترهای مختلف بر جداسازی کافین از محلول آبی با استفاده از غشا الیاف توخالی به کمک دینامیک سیالات محاسباتی" سومین کنفرانس علوم و مهندسی جداسازی، زاهدان، دانشگاه سیستان و بلوچستان، انجمن مهندسی شیمی ایران
- [16] ا. مرادی (۱۳۹۲) "مدل‌سازی و بهینه‌سازی شیرین‌سازی گاز در تماس دهنده‌های غشا الیاف توخالی" پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه سیستان و بلوچستان
- [17] D. Mohebbi-Kalhori, A. Behzadmehr, C.J. Doillon, and A. Hadjizadeh (2012) "Computational Modeling of Adherent Cell Growth in a Hollow-Fiber Membrane Bioreactor for Large-Scale 3-D Bone Tissue Engineering" *Journal of Artificial Organs*, 15(3), 250-265
- [18] I. Borsi, and O. Lorain (2012) "A Space-Averaged Model for Hollow Fiber Membranes Filters" *Computers & Chemical Engineering*, 39, 65-74
- [19] J. Bear, and C. Braester (1972) "On the Flow of Two Immiscible Fluids in Fractured Porous Media" *Developments in Soil Science*, 2, 177-202
- [20] J. Happel (1959) "Viscous Flow Relative to Arrays of Cylinders" *AIChE Journal*, 5(2), 174-177
- [21] A. Mayer "Soil and Groundwater Contamination: Nonaqueous Phase Liquids, Principles and Observations" (2005) Vol. 17. American Geophysical Union
- [22] J.C. Crittenda, T.R. Rhodes, D.W. hand, K.J. Howe, and G. Tchobanoglous (2005) "Water Treatment: Principles and Design" 2nd edition, John Wiley & Sons Inc.

$R_m$  و در نتیجه فشار انتقال غشای TMP کاهش یافته است. در واقع غشا از نظر جداسازی عملکرد بهتری را نشان داده است. ترتیب این تغییرات به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \delta_{circle} &> \delta_{square} > \delta_{triangle} \\ R_{ccircle} &> R_{csquare} > R_{ctrangle} \\ R_{mcircle} &> R_{msquare} > R_{mtriangle} \\ TMP_{circle} &> TMP_{square} > TMP_{triangle} \end{aligned}$$

همچنین نتایج نشان داد که هر چه ضخامت کیک در طی فرایند افزایش یابد به دلیل افزایش در مقدار مقاومت‌های کیکی و غشا و ایجاد مقاومت بیشتر در مقابل عبور سیال، TMP نیز افزایش می‌یابد. با توجه به تغییرات مشاهده شده برای هر سه هندسه، تغییر در دبی ورودی به مازول باعث افزایش ضخامت کیک در زمان یکسان می‌شود. در واقع آلدگی بیشتر در زمان کمتر می‌شود در حالیکه تحت این شرایط مقدار TMP بیشتری ایجاد می‌شود. همچنین تغییر دبی باعث ایجاد کیک ضخیم‌تر به ترتیب در هندسه دایروی، مربعی و مثلثی شده است. در چگالی بسته‌بندی یکسان، در کارتريج مثلثی مقدار TMP نسبت به دو هندسه دیگر مقادیر کمتری را نشان داده است. بنابراین به طور کلی از نظر میزان جداسازی آلدگی از سیال در زمان یکسان، هندسه دایروی نسبت به دو هندسه دیگر و از نظر TMP ایجاد شده در سیستم، هندسه مثلثی عملکرد بهتری داشته است.

## مراجع

- [1] ع. مقدسی، ز. رجی، س. م. حسینی، پ. عمرانی، و م. محمدی (۱۳۹۳) "اصول بنیانی فناوری غشا" انتشارات دانشگاهی کیان، تهران، چاپ اول
- [2] N. Peng, N. Widjojo, P. Sukitpaneenit, M.M. Teoh, G.G. Lipscomb, T.S. Chung, and et al. (2012) "Evolution of Polymeric Hollow Fibers as Sustainable Technologies: Past, Present, and Future" *Progress in: polymer science*, 37(10), 1401-1424
- [3] E. Drioli, and E. Curcio (2007) "Membrane Engineering for Process Intensification: a Perspectiv" *Journal of Chemical Technology and Biotechnology*, 82(3), 223-227
- [4] W. Nijdam, J. DeJong, CJ. Van Rijn, T. Visser, L. Versteeg, G. Kapantaidakis, GH. Koops, and M. Wessling (2005) "High Performance Micro-Engineered Hollow Fiber Membranes by Smart Spinneret Design" *Journal of membrane science*, 256(1), 209-15
- [5] S.R. Wickramasinghe, M.J. Semmens, and E.L. Cussler (1992) "Mass Transfer in Various Hollow Fiber Geometries" *Journal of Membrane Science*, 69(3), 235-250

## شبیه‌سازی تأثیر هندسه کارtridge در فرآیندهای جداسازی غشایی

[۲۳] س. شیرازیان، ا. مرجانی، ع. مقدسی، و ص. مرادی (۱۳۸۹) "مدل‌سازی فرایند جداسازی کافین از آب توسط غشای با استفاده از روش المان محدود" نشریه علوم و مهندسی جداسازی، دوره دوم، شماره ۱، صفحه ۱ تا ۱۲

[۲۴] ح. زژولی، و. ذ. یوسفی (۱۳۸۸) "اصول فرآیندهای غشایی و کاربرد آنها در تصفیه آب و فاضلاب" انتشارات شهرآب، چاپ اول

[۲۵] ز. فلاح نژاد، غ. باکری، و م. رحیم نژاد (۱۳۹۴) "تصفیه پساب‌های نفتی با استفاده از غشای نانوساختار الیاف توخالی پلی اتر

سولفون" نشریه شیمی و مهندسی شیمی ایران، دوره ۳۴، شماره ۲

[26] S. Bütehorn (2011) "Experimental and Numerical Investigation of the Hydrodynamics of Microfiltration Processes Using a Multi-Scale Approach" No. RWTH-CONV-107810, Lehrstuhl für Chemische Verfahrenstechnik und Institut für Verfahrenstechnik

## Simulation of the Effect of Cartridge Geometry on Membrane Separation Processes

S. ghotbi<sup>1</sup> B. Pirzadeh<sup>1\*</sup>, D. Mohebbi-Kalhor<sup>2</sup>, and A. Abdollahi<sup>1</sup>

1. Faculty of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

2. Faculty of Chemical Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

---

### ABSTRACT

Nodaway, membrane methods such as ultrafiltration have been considered to separating pollutions from fluids. The governing equations indicate the role of cartridge geometry on the separation process. The present study is carried out to investigate the effect of cartridge geometry on the separation performance of a hollow fiber ultrafiltration system. Numerical Modeling are divided into three categories, include circle, square, and triangle. The region including fibers is considered as a porous medium. Results show in the same conditions, the use of square and triangular geometry reduce transmembrane pressure, cake thickness and consequently the cake resistance and the membrane resistance compared to circle. Also, triangle geometry has shown better performance under changes in inflow and packaging density and the time to reach the same thickness of the cake is more than the other two geometries.

---

### ARTICLE INFO

Article history:

Received: July 24, 2017

Received in revised form: June 25, 2018

Accepted: October 3, 2018

---

**Key words:**

Separation, Cartridges, Porous media, Hollow fibers, Transmembrane pressure Computational fluid dynamics.

---

All right reserved.

\* Corresponding author  
[b\\_pirzadeh@eng.usb.ac.ir](mailto:b_pirzadeh@eng.usb.ac.ir)