Journal of Separation Science and Engineering
Online ISSN: 3041-9042
Homepage: https://jsse.uk.ac.ir/

Packed Tower Modeling with Least Squares, Genetic Algorithm and Design of Experiments Methods

Mohsen Roshanaei[1]✉, **Abdolreza Moghadassi**[2]

1. Corresponding author, Chemical Engineering Department, Faculty of Engineering, Arak University, Arak, E-mail: mh.roshanaei@iran.ir
2. Chemical Engineering Department, Faculty of Engineering, Arak University, Arak, Iran. E-mail: a-moghadassi@araku.ac.ir

Article Info

Article type: research paper

Article history:
Received 9 May 2025
Received in revised form 21 June 2026
Accepted 29 June 2026
Published online 30 June 2026

Keywords:
Packed Tower
HETP
Modeling
Least Squares Method
Genetic Algorithm

ABSTRACT

Objective: Design of Experiments is a useful tool for reducing the number of experiments and, consequently, lowering costs; moreover, it provides a model that is valid within the experimental range. Additionally, modeling is used as a method for predicting system behavior and saving costs. The aim of this research is the modeling of experiments conducted in a packed distillation column and the prediction of the Height Equivalent to a Theoretical Plate (HETP).

Materials and Methods: This research is based on available experimental data for a packed distillation column. The test materials were cyclohexane and n-heptane. The column was packed with one-inch Pall ring packing, and the experiments were conducted at two pressures of 0.35 bar and 1.65 bar. Among various methods, three widely-used approaches Genetic Algorithm, Least Squares, and Design of Experiments were selected for modeling.

Results: The models obtained by the Genetic Algorithm and Least Squares methods, although having different coefficients, yielded similar results. Regarding the Design of Experiments method, analysis of variance showed that the data were not suitable for analysis; therefore, favorable results were not obtained, because the experiments performed had not been designed on this basis. Modeling with the three methods was expected to produce similar results. The reason for the difference in the Design of Experiments model was the unsuitability of the experimental data.

Conclusion: With using the models provided by the Least Squares and Genetic Algorithm methods, the performance of the packed column can be predicted with acceptable accuracy within the experimental range, and the HETP can be calculated without the need for costly and time-consuming experiments. Furthermore, this study showed that the Design of Experiments method yields reliable results only when the data are collected from the outset according to its principles, such as randomization, appropriate dispersion, reproducibility, etc.

Citation: Roahanaei, Moghadassi (2026). Packed Tower Modeling with Least Squares, Genetic Algorithm and Design of Experiments Methods, Journal of Separation Science and Engineering, 18 (1), 31-43, . http//doi.org/10.22103/jsse.2026.5554

© The Author(s).
Publisher: Shahid Bahonar University of Kerman

نشریه علوم و مهندسی جداسازی
شاپا الکترونیکی: ۳۰۴۱-۹۰۴۲
Homepage: https://jsse.uk.ac.ir/
انجمن مهندسی شیمی ایران
دانشگاه شهید باهنر کرمان

مدلسازی برج پرشده با روش های حداقل مربعات، الگوریتم ژنتیک و طراحی آزمایش‌ها

محسن روشنائی[۱]✉، عبدالرضا مقدسی[۲]

۱. نویسنده مسئول، گروه مهندسی شیمی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران، رایانامه: mh.roshanaei@iran.ir
۲. گروه مهندسی شیمی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران، رایانامه: a-moghadassi@araku.ac.ir

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: علمی پژوهشی

تاریخچه مقاله:
دریافت: ۱۴۰۵/۰۲/۱۹
دریافت فایل اصلاح شده نهایی: ۱۴۰۵/۰۳/۱۳
پذیرش: ۱۴۰۵/۰۴/۰۸
انتشار: ۱۴۰۵/۰۴/۰۹

کلمات کلیدی:
برج پرشده
ارتفاع معادل
مدلسازی
روش حداقل مربعات
الگوریتم ژنتیک

چکیده

هدف: طراحی آزمایش‌ها ابزاری مفید برای کاهش تعداد آزمایش‌ها و به تبع آن کاهش هزینه‌ها به شمار می‌رود و افزون بر آن مدلی ارائه می‌کند که در بازه آزمایش معتبر است. همچنین مدلسازی به عنوان روشی در جهت پیش‌بینی رفتار سیستم و صرفه‌جویی در هزینه‌ها استفاده می‌شود. هدف از این پژوهش مدلسازی آزمایش‌های انجام شده در یک برج تقطیر پرشده و پیش‌بینی ارتفاع معادل سینی تئوری(HETP)، می باشد.

مواد و روش: این پژوهش بر پایه داده‌های تجربی موجود برای یک برج تقطیر پر شده انجام شده است. ماده مورد آزمایش سیکلوهگزان و نرمال هپتان است. برج با آکنه حلقه پال یک اینچی پر و آزمایش‌ها در دو فشار ۰/۳۵ bar و ۱/۶۵ bar انجام شده است. از میان روش‌های گوناگون، سه روش پرکاربرد الگوریتم ژنتیک، حداقل مربعات و طراحی آزمایش‌ها برای مدلسازی انتخاب شد.

نتایج: مدل‌های بدست آمده با دو روش الگوریتم ژنتیک و حداقل مربعات، اگرچه ضرایب متفاوتی داشتند اما نتایج مشابهی ارائه نمودند. در مورد روش طراحی آزمایش‌ها تحلیل واریانس نشان داد که داده‌ها برای تحلیل مناسب نیستند لذا نتایج مطلوبی بدست نیامد. چرا که آزمایش‌های انجام شده، بر این مبنا طراحی نشده بود. مدلسازی به سه روش، می‌بایست نتایج مشابهی داشته باشد. علت متفاوت بودن مدل طراحی آزمایش، نامناسب بودن داده‌های تجربی بود.

نتیجه‌گیری: با استفاده از مدل‌های ارائه شده با دو روش حداقل مربعات و الگوریتم ژنتیک می‌توان عملکرد برج پرشده را در محدوده آزمایش با دقت مناسبی پیش‌بینی کرد و ارتفاع معادل را بدون نیاز به آزمایش‌های پرهزینه و زمان‌بر محاسبه نمود. همچنین این مطالعه نشان داد که روش طراحی آزمایش‌ها تنها در صورتی نتایج معتبری ارائه می‌کند که داده‌ها از ابتدا بر اساس اصول آن همچون تصادفی بودن، رعایت پراکندگی، تکرارپذیری و ... گردآوری شده باشند.

استناد: روشنائی، مقدسی (۱۴۰۵). مدلسازی برج پرشده با روش های حداقل مربعات، الگوریتم ژنتیک و طراحی آزمایش‌ها، نشریه علوم و مهندسی جداسازی، (۱) ۱۸، ۴۳-۳۱. http//doi.org/10.22103/jsse.2026.5554

ناشر: دانشگاه شهید باهنر کرمان

© نویسندگان

۱-مقدمه

در فرآیند تقطیر می‌توان از برج‌های سینی‌دار یا پرشده استفاده کرد. برج‌های پرشده معمولاً راندمان بهتری دارند، قیمت آنها کمتر است و افت فشار کمتری ایجاد می‌کنند. عملکرد این برج‌ها علاوه بر ساختار برج و شرایط عملیاتی تا حدود زیادی تابع آکنه مورد استفاده در برج می‌باشد. تاکنون چند نسل از آکنه‌ها به صورت تجاری عرضه شده است که با توجه به شرایط و مواد مورد استفاده، عملکرد و راندمان آنها متفاوت است.

بدیهی است که انجام آزمایش در مقیاس صنعتی و نیمه صنعتی (پایلوت) مستلزم صرف هزینه و زمان زیادی است. در صورتی که در بازه‌های مورد نظر، مدل قابل قبولی ارائه شود، نیاز به انجام آزمایش‌ها را بر طرف ساخته و در مطالعات بعد می توان از آن استفاده نمود.

در بین روش‌های مدل‌سازی، روش‌های حداقل مربعات، الگوریتم ژنتیک و طراحی آزمایش‌ها که خود به ارائه مدلی در بازه مورد آزمایش می‌پردازد، روش‌های معمول و پر کاربردی هستند و می‌توان از ترکیب این روش‌های ریاضی و اصول مهندسی، بر اساس واقعیت‌های موجود در برج‌های پرشده نتایج خوبی بدست آورد.

در این پژوهش با استفاده از داده‌های تجربی موجود، سه روش فوق بررسی شد. ابتدا از تئوری π - باکینگهام[1] ارتباط بین سه گروه بدون بعد، یعنی عدد رینولدز[2] و اشمیت[3] با عدد شروود[4] بررسی و با توجه به فرض‌های معتبر فرمولی برای مدل ارائه شد و در نهایت با استفاده از نرم افزار، ضرایب، برای دو روش حداقل مربعات و الگوریتم ژنتیک بدست آمد.

در مورد روش طراحی آزمایش‌ها می‌توان گفت هر چند که در ظاهر آزمایش‌ها با دو فاکتور فشار و جریان برگشتی انجام شده است اما چون از ابتدا بر مبنای طراحی آزمایش انجام نشده بود یا به عبارت دیگر داده‌ها برای این روش مناسب نبودند، نتایج قابل قبولی بدست نیامد.

۲-۱- مرورتحقیقات قبلی

ژ. وانگ[5]، ا. کروگر[6] و ب. لنوکس[7] الگوریتم‌های حداقل مربعات جزئی بازگشتی را برای پایش فرآیندهای صنعتی بکار بردند[۱]. جوز لبوریرو[8] و ژاکویین آسودو[9] بر روی فرآیند و طراحی زنجیره‌های تقطیر با شبیه سازهای یکانی در قالب الگوریتم ژنتیک کار کردند[۲]، هدف از این کار بدست آوردن یک قالب بهینه‌سازی و استفاده برای طراحی فرآیندهای تقطیر زنجیره‌ای بود، اساس این کار اصلاح الگوریتم ژنتیک و استفاده از شبیه‌ساز فرآیند زنجیره‌ای بود. س. مطلقی، ف. جلالی و م. نیلی احمد آبادی با استفاده از مدل شبکه‌های عصبی، یک سیستم برای برج تقطیر نفت خام طراحی نمودند و بهینه‌سازی فرآیند را با استفاده از قالب الگوریتم ژنتیک انجام دادند[۳]. س. آ. قریشی، م. آ. نکویی، س. پرتوی و س. اُ. بصیری کاربرد الگوریتم ژنتیک را برای حل مشکلات بهینه‌سازی چندگانه در کنترل قوی[10] برج تقطیر، بررسی نمودند[۴]. م. توکل مقدم و م. ع. صفوی با استفاده از الگوریتم ژنتیک در نمک زدایی به وسیله

1 Buckingham π Theorem
2 Reynolds Number
3 Schmidt Number
4 Sherwood Number
5 Xun Wang
6 Uwe Kruger
7 Barry Lennox
8 Jose Leboreiro
9 Joaquin Acevedo
10 Robust

تقطیر غشایی، یک مدل شبکه عصبی را بهینه کردند[۵]. آ. ل. ح. مولر[۱] و همکاران برای محاسبه گوگرد باقی مانده در تقطیر نفت خام روش حداقل مربعات را مورد استفاده قرار دادند[۶]. ح. شاهنده، ج. ایوک پور، ن. کثیری بر روی بهینه‌سازی برج‌های تقطیر HIDiC[۲] داخلی و خارجی با استفاده از الگوریتم ژنتیک کار کردند[۷]. ج. فو[۳]، ی. سانچز[۴]، و. ماهالک[۵] از روش حداقل مربعات جزئی در یک مدل چندگانه برای بهینه‌سازی واحدهای تقطیر نفت خام استفاده نمودند[۸]. س. وانگ[۶]، ج. وانگ[۷]، چ سانگ[۸] و ج. ون[۹] بهینه‌سازی پارامترهای عملیاتی یک برج شستشو[۱۰] را با استفاده از الگوریتم ژنتیک بررسی کردند. نتایج نشان داد که تشکیل فیلم مایع می‌تواند باعث بهبود انتقال حرارت و حذف ذرات شود[۹].

۲-مواد و روش انجام آزمایش

۲-۱- مواد و دستگاه مورد استفاده در آزمایش

احمد شریعت[۱۱] و جان ج. کانش[۱۲] در یک برج تقطیر پرشده با ابعاد واقعی، راندمان چند آکنه تجاری را مورد بررسی قرار دادند[۱۰]. ایشان توزیع مناسب و نامناسب مایع، توسط دو نوع توزیع کننده لوله‌ای[۱۳] و ناودانی[۱۴] را آزمایش و در دو فشار مختلف، با تغییر در میزان جریان برگشتی، تغییرات تعداد مراحل برج را بررسی نمودند. قطر برج ۱/۲۲ m، ارتفاع بستر ۳/۶۶ m و مواد مورد آزمایش، سیکلوهگزان[۱۵] و نرمال هپتان[۱۶] و آکنه‌ها، حلقه پال[۱۷] با اندازه یک اینچ بود.

در کار پیش رو با استفاده از داده‌های تجربی ذکر شده، به مدلسازی با روش‌های حداقل مربعات، الگوریتم ژنتیک و طراحی آزمایش پرداخته شد، به این صورت که از توزیع نامناسب مایع، چشم‌پوشی شده و با توزیع کننده مناسب در دو فشار ۰/۳۵ bar و ۱/۶۵ bar و در سرعت‌های (جریان‌های برگشتی) متفاوت، مطالعات مدلسازی به منظور محاسبه ارتفاع معادل سینی تئوری[۱۸] (HETP) صورت گرفت.

روش انجام آزمایش‌ها به این صورت بود که، در دو فشار یاد شده و جریان‌های برگشتی متفاوت، برج در سرویس قرار گرفته و پس از رسیدن به حالت پایا[۱۹] از بالا و پایین برج نمونه‌گیری و تعداد مراحل (N) محاسبه و نمودارها بر اساس آن گزارش شد. از آنجا که ارتفاع معادل سینی تئوری کاربرد بیشتری دارد در کار پیش رو با داشتن ارتفاع بستر، ارتفاع معادل محاسبه و مورد استفاده قرار گرفت.

1 Aline Lima Hermes Müller
2 Heat-Integrated Distillation Columns
3 Gang Fu
4Yoel Sanchez
5 Vladimir Mahalec
6 Simin Wang
7 Jiarui Wang
8 Chen Song
9 Jian Wen
10 Scrubbing Tower
11 Ahmad Shariat
12 John G.Kunesh
13 Tube drip pan distributer
14 Notched Trough distributer
15 Cyclohexane
16 N-heptane
17 Pall ring
18 Height Equivalent to a Theoretical Plate (HETP)
19 Steady State

در ادامه تعدادی از پارامترها از جمله خواص فیزیکی سیکلوهگزان در حضور نرمال هپتان در غلظت آزمایش مورد نیاز است که برای این منظور از نرم افزارهای شبیه ساز استفاده شد. از جمله خواص فیزیکی استخراج شده از این نرم‌افزارها می‌توان به دانسیته[۱] و ویسکوزیته[۲] فاز مایع و بخار و کشش سطحی[۳] فاز مایع اشاره نمود.
مشخصات آکنه حلقه پال بکار رفته در آزمایش‌ها، در جدول (۱) آمده است که تخلخل و سطح ویژه از آن استخراج شد.

جدول ۱: مشخصات آکنه حلقه پال فلزی با قطر ۲۵mm
Table 1: Specifications of metal pall ring packing with 25 mm diameter

94	فضای خالی (٪) **Free Space**
209	سطح ویژه (m^2/m^3) **Specific Surface Area**
49500	تعداد در واحد حجم (m^3) **No. Per Unit Volume**
176	فاکتور آکنه (m^{-1}) **Packing Factor**
322-644	وزن مخصوص (kg/m^3)(ضد زنگ) **Specific Weight(Stainless Steel)**
25×25	ابعاد (mm) **Dimensions**
0.4-0.8	ضخامت (mm) **Thickness**

۲-۲- مدلسازی با روش‌های حداقل مربعات و الگوریتم ژنتیک

با بررسی مدلسازی‌های پیشین در برج‌های پر شده، مدل‌های گوناگونی مشاهده شد از جمله مدل آندا[۴] و همکاران، شولمن[۵]، براوو[۶] و فیر[۷] و مدلی که توسط هانلی[۸] و چاو چون چن[۹] ارائه شده، که با توجه به مزیت‌های مدل هانلی-چاو [۱۱] از این مدل استفاده و ضرایب برای شرایط جدید محاسبه شد. از مزایای این مدل می‌توان به فرض‌های منطقی، ارتباط خوب خواص فیزیکی و اعداد بدون بعد و استفاده ریاضی مناسب از این پارامترها را عنوان کرد. در این روش رابطه (۱) برای ارتفاع معادل متوسط <HETP> پیشنهاد شده است. که C_X و C_Y فاکتورهای تصحیح، G فلاکس مولی ظاهری بخار، k_X و k_Y ضرایب انتقال جرم در فاز مایع و بخار، Z ارتفاع بستر و N تعداد مراحل کمینه و a_m سطح ویژه آکنه (که در انتقال جرم شرکت می‌کند) می‌باشند. در ادامه با استفاده از آنالیز ابعادی فرض می‌شود ضرایب انتقال جرم در فاز مایع و بخار به سرعت، دانسیته، ویسکوزیته، غلظت مولی (مول برلیتر)، ضریب نفوذ و قطر

1 Density
2Viscosity
3 Surface tension
4 Kakusaburo Onda
5 Shulman
6 Jose L. Bravo
7 James R. Fair
8 Brian Hanely
9 Chau-Chyun Chen

معادل وابسته است. این وابستگی برای ضرایب انتقال جرم در فاز بخار و مایع به ترتیب با معادلات (۲) و (۳) نشان داده شده‌اند.

$$< HETP >= \frac{Z}{N} = \frac{G}{a_m}\left(\frac{C_y}{k_y} + \frac{C_X}{k_x}\right) \quad (۱)$$

$$k_y = K_y(v_V, \rho_V, \mu_V, c_V, D_V, d_e) \quad (۲)$$

$$k_X = K_X(v_L, \rho_L, \mu_L, c_L, D_L, d_e) \quad (۳)$$

با استفاده از تئوری π - باکینگهام ارتباط بین سه گروه بدون بعد بدست می‌آید که نشان می‌دهد عدد شروود وابسته به دو عدد رینولدز و اشمیت است. این روابط برای دو فاز مایع و بخار نوشته می‌شوند. روابط (۴) و (۵) این وابستگی را نشان می دهند. در واقع این عبارات، ضرایب انتقال جرم در فاز مایع و بخار را درون خود دارند. بعد از آن کسر سطح انتقال جرم $\frac{a_m}{a_d}$ تعریف می‌شود به همین منظور فرض می‌شود که کسر سطح انتقال جرم تابعی از دانسیته، ویکسوزیته، سرعت در فاز مایع و بخار و همچنین قطر معادل و ثابت گرانش است. رابطه (۶) تابع کسر سطح انتقال جرم را نشان می‌دهد.

$$sh_v = \frac{k_y d_e}{c_v D_v} = A_v Re_v^m Sc_v^n \quad (۴)$$

$$sh_L = \frac{k_x d_e}{c_L D_L} = A_L Re_L^b Sc_L^c \quad (۵)$$

$$\frac{a_m}{a_d} = A_M\left(\frac{\rho_V}{\rho_L}\right)^A\left(\frac{\mu_V}{\mu_L}\right)^B (Re_L^X)(Fr_L^\Delta)(We_L^E)(Re_V^\emptyset) \quad (۶)$$

a_d سطح ویژه خشک آکنه یا همان سطح ویژه‌ای است که توسط سازنده ارائه می‌شود. در آخر، رابطه ارتفاع معادل متوسط بصورت رابطه (۷) نوشته می‌شود:

$$\langle HETP\rangle = \frac{Gd_e}{\left(\acute{A}_M\left(\frac{\rho_V}{\rho_L}\right)^A\left(\frac{\mu_V}{\mu_L}\right)^B (Re_L^X)(Fr_L^\Delta)(We_L^E)(Re_V^\Phi)a_d\right)} \times \left(\frac{C_y}{\acute{A}_V Re_V^m Sc_V^n c_V D_V} + \frac{C_X}{Re_L^b Re_L^c c_L D_L}\right) \quad (۷)$$

در این مرحله، با بررسی کارهای گذشته و با استفاده از رابطه شروود، رینولدز و اشمیت فرض می‌شود که رابطه بین سه عدد بدون بعد به صورت روابط (۸) و (۹) باشد :

$$sh_V \propto Re_V^1 Sc_V^{1/3} \quad (۸)$$

$$sh_L \propto Re_L^1 Sc_L^{1/3} \quad (۹)$$

توضیح اینکه در فاز بخار بر اساس تشابه چیلتون[1] – کلبرن[2] بعلاوه کم بودن درگ با توجه به برج و آکنه مورد استفاده همچنین وابستگی ضعیف ضریب اصطکاک خشک[3] به رینولدز، رابطه (۸) به صورت بالا فرض شد [۱۲]. با بررسی‌های انجام شده، برای b مقداری بین ۰/۹ تا ۱/۲ گزارش شده [۱۳] که در این کار ۱ در نظر گرفته شد[۱۱] همچنین بر اساس تجربیات و پیش‌بینی‌ها می‌توان بازه گسترده‌ای را برای توان عدد اشمیت در فاز مایع در نظر گرفت[۱۴] که در اینجا توان ۱/۳ برای این عدد در نظر گرفته شد. از این انتخاب می‌توان چنین برداشت کرد که شکلی از تشابه چیلتون – کلبرن برای جریان آشفته‌ی فیلم مایع برقرار است[۱۱].

در این مدلسازی رفتار HETP بر حسب C_S نشان داده شده است. C_S یک نوع سرعت ظاهری اصلاح شده است و از رابطه (۱۰) بدست می‌آید:

$$C_S = \sqrt{\rho_V/(\rho_L - \rho_V)} \quad (m/sec) \qquad (۱۰)$$

پس از انجام محاسبات با استفاده از روش حداقل مربعات و الگوریتم ژنتیک، ضرایب معادلات بدست آمد.

در این پژوهش با توجه به امکان متفاوت بودن داده‌های مورد استفاده در مقاله هانلی- چاو، مدلسازی با استفاده از داده‌های بدست آمده از منابع جدید و به طور مستقل انجام شد.

در این مدلسازی داده‌های آزمایشگاهی در فشار ۰/۳۵ bar مورد استفاده قرار گرفت.

برای بدست آوردن ضریب نفوذ در فاز بخار از رابطه (۱۱) استفاده شد [۱۵] که همان رابطه فولر[4] است.

$$D_{AB} = \frac{1.00 \times 10^{-8} T^{1.75} (1/M_A + 1/M_B)^{1/2}}{\mathcal{P}[(\sum_A v_i)^{1/3} + (\sum_B v_i)^{1/3}]^2} \qquad (۱۱)$$

در رابطه فولر، $\mathcal{P}$ فشار بر حسب atm، T دما برحسب K و M_A و M_B جرم مولکولی نرمال هپتان و سیکلوهگزان است و برای بدست آوردن $\sum A\ V_i$ و $\sum B\ V_i$ از داده‌های ارائه شده توسط فولر [۱۵] استفاده شد.

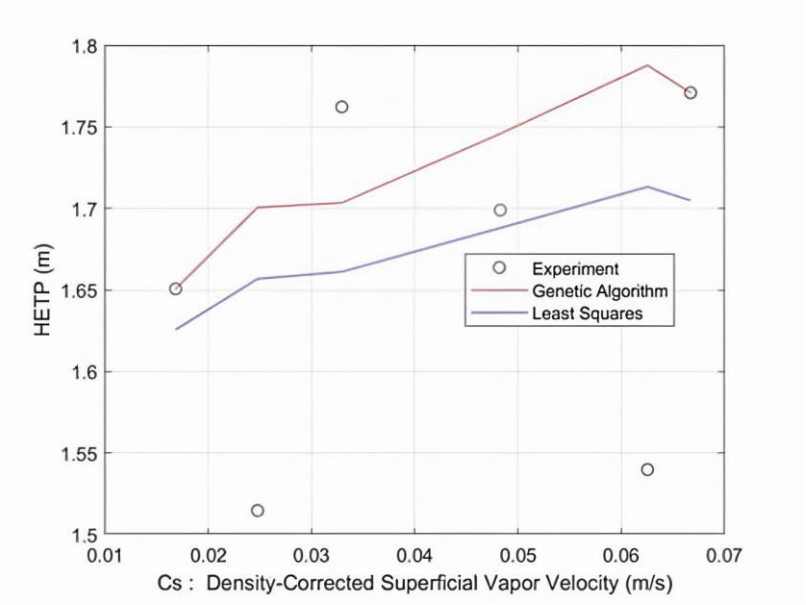
در مورد ضریب نفوذ در فاز مایع D_L از معادله ویلکی چانگ (معادله (۱۲)) استفاده شد.

$$\mathring{D}_{AB} = \frac{(117.3 * 10^{-18})(\varphi MB)^{0.5}\, T}{\mu v_A{}^{0.6}} \qquad (۱۲)$$

با داشتن اطلاعات لازم، با کمک نرم افزار و استفاده از روش حداقل مربعات و الگوریتم ژنتیک، ضرایب و توان‌های مربوط به معادلات بدست آمد.

شکل (۱) نقاط آزمایشگاهی و مدل برازش شده با روش حداقل مربعات و الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد.

[1] Chilton
2 Colburn
3 Dry Friction factor
4 Fuller



شکل ۱: داده‌های آزمایشگاهی و مدل‌های برازش شده با دو روش حداقل مربعات و الگوریتم ژنیک

Figure 1: Experimental data and fitted models with two methods: least squares and genetic algorithm.

معادلات اصلاح شده با روش حداقل مربعات به صورت معادلات (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) بدست آمد:

$$k_x = 1.0 Re_L^1 Sc_L^{1/3} \left(\frac{c_L D_L}{d_e}\right) \quad (۱۳)$$

$$k_y = 0.0007 Re_V^1 Sc_V^{1/3} \left(\frac{c_V D_V}{d_e}\right) \quad (۱۴)$$

$$\frac{a_m}{a_d} = 0.6579 Re_V^{-0.1569} Re_L^{0.1358} We_L^{-0.0801} Fr_L^{-0.0848} \left(\frac{\rho_V}{\rho_L}\right)^{-0.0862} \left(\frac{\mu_V}{\pi_L}\right)^{-0.0861} \quad (۱۵)$$

همچنین معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) معادلاتی هستند که با روش الگوریتم ژنتیک اصلاح شدند :

$$k_x = 1.0 Re_L^1 Sc_L^{1/3} \left(\frac{c_L D_L}{d_e}\right) \quad (۱۶)$$

$$k_y = 0.9989 Re_V^1 Sc_V^{1/3} \left(\frac{c_V D_V}{d_e}\right) \quad (۱۷)$$

$$\frac{a_m}{a_d} = 0.9903 Re_V \; Re_L^{-0.0494} We_L^{0.0650} Fr_L^{-0.1156} \left(\frac{\rho_V}{\rho_L}\right)^{-0.0742} \left(\frac{\mu_V}{\pi_L}\right)^{-0.1197} \quad (۱۸)$$

۲-۳-روش طراحی آزمایش‌ها

روش طراحی آزمایش‌ها در مقابل روش سنتی یا به عبارت دیگر روش یک متغیر در زمان[1] مطرح می‌شود. روش یک متغیر در زمان معایبی دارد از جمله این که اولاً تعداد آزمایش‌ها زیاد است و در صورت زیاد بودن متغیرها تعداد آزمایش‌ها به مراتب بیشتر می‌شود. دوماً نقطه بهینه به دست آمده در این روش ممکن است عمومی (کلی) نباشد و سوماً برهم‌کنش عوامل بر یکدیگر را در نظر نمی‌گیرد اما روش طراحی آزمایش‌ها اثر همه فاکتورها را با هم در نظر می‌گیرد و نتیجه جامع و قابل قبولی ارائه می‌کند بعلاوه مدلی ارائه می‌کند که در بازه آزمایش معتبر است.

در ادامه پژوهش و به منظور هماهنگی داده‌های تجربی، در روش طراحی آزمایش‌ها هم از داده‌های قبل استفاده شد. به همین منظور پارامترهای فشار (P) با دو سطح، و سرعت اصلاح شده (Fs) با ۷ سطح، به عنوان فاکتورهای آزمایش انتخاب شدند. داده‌های مربوط به دو سطح فشار به صورت نمودار، در شکل (۲) و (۳) و به صورت کلی به همراه پاسخ در جدول (۳) آمده است. با این توضیح که تعداد مراحل به ارتفاع معادل تبدیل شده است. همچنین لازم به ذکر است که داده‌های تجربی موجود فاقد تکرار است.در مجموع آزمایش‌ها در دو سطح فشاری ۰/۳۵ bar و bar ۱/۶۵ و در بازه Fsهای ۰/۲۲ تا ۱/۷۸ انجام شده است سطوح فشار و سرعت اصلاح شده در جدول (۲) آمده است:

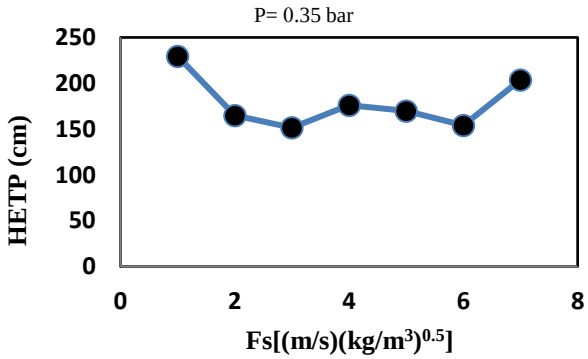
جدول ۲: سطوح فشار و سرعت اصلاح شده

Table 2: Pressure and modified speed levels

سطح Level	$Fs[(m/s)(kg/m^3)^{0.5}]$	فشار (bar) Pressure
1	0.229227	0.35
2	0.450732	1.65
2	0.663406	---
4	0.882008	---
5	1.29347	---
6	1.67559	---
7	1.78736	---

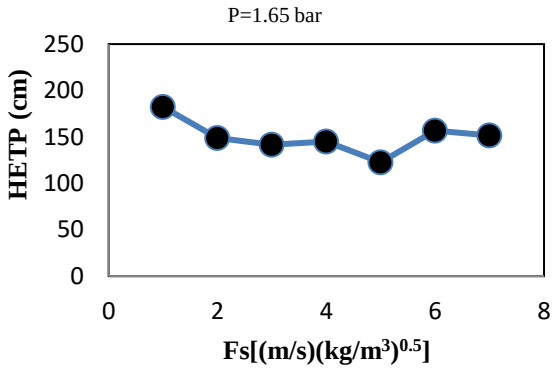
با توجه به اینکه ارتفاع معادل، پارامتر مناسب‌تری برای مقایسه راندمان است با داشتن ارتفاع بستر و تعداد مراحل، ارتفاع معادل سینی تئوری محاسبه و نمودارهای (۲) و (۳) رسم شد. ارتفاع معادل سینی تئوری، به عنوان پاسخ در نرم افزار، مورد استفاده قرار گرفت.

1 One Variable at Time



شکل ۲ : ارتفاع معادل بر حسب سرعت اصلاح شده برای آکنه حلقه پال در فشار bar ۰/۳۵ .

Figure 2: HETP vs corrected velocity for Pall ring packing at P= 0.35 bar



شکل ۳ : ارتفاع معادل بر حسب سرعت اصلاح شده برای آکنه حلقه پال در فشار bar ۱/۶۵ .

Figure 3: HETP vs corrected velocity for Pall ring packing at P= 1.65 bar

جدول (۳) داده‌های مورد استفاده در طراحی آزمایش‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به داده‌های شکل‌های (۲) و (۳)، به منظور هماهنگی داده‌ها، در Fs های یکسان، از داده‌ها درون‌یابی شد.

جدول (۳) داده های مورد استفاده در طراحی آزمایش

Table 3: Data used in design of experiments

Fs[(m/s)(kg/m^3)$^{0.5}$]	H (m) at 0.35 bar	H (m) at 1.65 bar
0.229227	229.43	178.20
0.450732	165.07	146.68
0.663406	151.48	142.75
0.882008	176.22	139.62
1.29347	169.89	130.07
1.67559	153.99	154.82
1.78736	177.09	151.61

از آنجا که داده‌ها در تمامی حالات مورد نیاز برای روش فاکتوریل کامل وجود داشت از این روش برای طراحی آزمایش استفاده شد. به طور خلاصه در این پژوهش از طراحی آزمایش به روش فاکتوریل کامل و نرم افزار Minitab 18 برای تحلیل نتایج استفاده شد. ابتدا متغیرهای مستقل یا همان فاکتورها و پاسخ فرآیند تعیین و بعد از آن در زیر مجموعه فاکتوریل کامل، مسیر آزمایش تعیین شد. در این مرحله شرایط آزمایش‌های پیشنهادی به دست آمد که در جدول (۴) آمده است.

جدول ۴: آزمایش‌های طراحی شده با روش فاکتوریل کامل بر اساس سطوح تعریف شده

Table 4: Experiments designed with full factorial method based on defined levels

مرتبه استاندارد StdOrder	مرتبه اجرا شده RunOrder	P(سطح)	Fs(سطح)
13	1	2	6
11	2	2	4
14	3	2	7
4	4	1	4
2	5	1	2
6	6	1	6
5	7	1	5
12	8	2	5
8	9	2	1
3	10	1	3
9	11	2	2
7	12	1	7
1	13	1	1
10	14	2	3

پس از آن با وارد کردن پاسخ در نرم افزار، داده‌ها تحلیل شد. آزمایش‌های طراحی شده همراه با پاسخ در جدول شماره (۵) آمده است.

جدول ۵: آزمایش‌های طراحی شده به همراه پاسخ‌ها

Table 5: Designed experiments with responses

مرتبه استاندارد StdOrder	مرتبه اجرا شده RunOrder	P(سطح)	Fs(سطح)	ارتفاع معادل (m) HETP
13	1	2	6	154.82
11	2	2	4	139.62
14	3	2	7	151.61
4	4	1	4	176.22
2	5	1	2	165.07
6	6	1	6	153.99
5	7	1	5	169.89
12	8	2	5	130.07
8	9	2	1	178.20
3	10	1	3	151.48
9	11	2	2	146.68
7	12	1	7	177.09
1	13	1	1	229.43
10	14	2	3	142.75

پس از آن آنالیز واریانس و تحلیل نتایج انجام شد. جدول (۶) آنالیز واریانس را نشان می‌دهد.

جدول ۶: آنالیز واریانس
Table 6: Analysis of variance

منبع Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
P	1	2299.5	2299.5	2299.5	13.69	0.010
Fs	6	4463.1	4463.1	743.8	4.43	0.047
خطا Error	6	1001.7	1001.7	168.0		
کل Total	13	7770.3				

متاسفانه با آنالیز واریانس و تحلیل آزمایش‌ها از نظر میزان خطا، نتایج مطلوبی بدست نیامد لذا از آوردن نتایج در این قسمت صرف نظر شد.

۴-نتیجه گیری

در برج پرشده با حلقه پال برای جداسازی سیکلو هگزان و نرمال هپتان با استفاده از اعداد بدون بعد می‌توان مساله را به خوبی مدل کرد و در مطالعات آینده از آن بهره برد. ضرایب برای مدل، با دو روش حداقل مربعات و الگوریتم ژنتیک محاسبه شد. اما در روش طراحی آزمایش‌ها به دلیل اینکه آزمایش‌ها بر اساس اصول طراحی، انجام نشده و اصول آن، از جمله تصادفی بودن آزمایش‌ها، تکرار، پراکندگی و ... در آن رعایت نشده، به عبارت دیگر داده‌های مورد استفاده، برای تحلیل مناسب نبود، جواب خوب و قابل قبولی بدست نیامد.

References

[1] Wang, X., U. Kruger, and B.J.C.E.P. Lennox, Recursive partial least squares algorithms for monitoring complex industrial processes. 2003. 11(6): p. 613-632. DOI: https://doi.org/10.1016/S0967-0661(02)00096-5

[2] Leboreiro, J., J.J.C. Acevedo, and C. Engineering, Processes synthesis and design of distillation sequences using modular simulators: a genetic algorithm framework. 2004. 28(8): p. 1223-1236. DOI:10.1016/j.compchemeng.2003.06.003

[3] Motlaghi, S., F. Jalali, and M.N.J.E.s.w.a. Ahmadabadi, An expert system design for a crude oil distillation column with the neural networks model and the process optimization using genetic algorithm framework. 2008. 35(4): p. 1540-1545. DOI:10.1016/j.eswa.2007.08.105

[4] Ghoreishi S.A., et al., Application of genetic algorithm for solving multi-objective optimization problems in robust control of distillation column. 2011. 3(1). DOI:10.4156/ijact.vol3.issue1.4

[5] Tavakolmoghadam, M. and M.J.P.E. Safavi, An optimized neural network model of desalination by vacuum membrane distillation using genetic algorithm. 2012. 42: p. 106-112. DOI: 10.1016/j.proeng.2012.07.400

[6] Müller, A.L.H., et al., Total sulfur determination in residues of crude oil distillation using FT-IR/ATR and variable selection methods. 2012. 89: p. 82-87. DOI:10.1016/j.saa.2011.12.001

[7] Shahandeh H.,. Ivakpour J, and Kasiri N., Internal and external HIDiCs (heat-integrated distillation columns) optimization by genetic algorithm. 2014. 64: p. 875-886. DOI :http://dx.doi.org/10.1016/j.energy.2013.10.042

[8] Fu, G., Sanchez Y., and Mahalec V., Hybrid model for optimization of crude oil distillation units. 2016. 62(4): p. 1065-1078. DOI: 10.1002/aic.15086

[9] Wang, S., et al., Optimization Investigation on Operating Parameters of a Scrubbing Tower Using a Genetic Algorithm. 2020. 43(10): p. 2109-2117. DOI: 10.1002/ceat.201900524

[10] Shariat, A., Kunesh,J.G. (1995). "Packing efficiency testing on a commercial scale with good (and not so good) reflux distribution." 34(4): 1273-1279. DOI: https://doi.org/10.1021/ie00043a031

[11] Hanley, B. and Chen C.C., New mass-transfer correlations for packed towers. 2012. 58(1): p. 132-152. DOI: 10.1002/aic.12574

[12] Churchill SW Critique of the classical algebraic analogies between heat, mass and momentum transfer, 1997; 36:p.3866-3878. DOI: https://doi.org/10.1021/ie960750a

[13] Potnis SV, Lenz TG. Dimensionless mass-transfer correlations for packed-bed liquid-desiccant contactors. 1996. 35: p.4185-4193. DOI: https://doi.org/10.1021/ie960212y

[14] Shetty S, Cerro RL. Fundamental liquid flow corrilations for the computation of design parameters for ordered packings. 1997. 36: p.771-783. DOI: https://doi.org/10.1021/ie960627j

[15] Fuller, E.N., et al., New method for prediction of binary gas-phase diffusion coefficients. 1966. 58(5): p. 18-27. DOI: https://doi.org/10.1021/ie50677a007