

## ارزیابی کارایی مدل پایک در سلول آزمایشگاهی دنور جهت پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری پیریت در سرعت‌های مختلف همزن و اندازه متفاوت ذرات

هادی نقوی<sup>۱</sup>، علی دهقانی<sup>۱\*</sup>، محسن کریمی<sup>۲</sup>

۱. دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، یزد، ایران  
۲. بخش شیمی و مهندسی شیمی، دانشگاه چالمرز، گوتنبرگ، سوئد

### چکیده

یکی از مدل‌های بنیادی توسعه داده شده برای پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری فلوتاسیون، مدل پایک است که تاثیر اغتشاش سیستم و خصوصیات هیدرودینامیکی را بر زیرفرآیندهای فلوتاسیون در نظر می‌گیرد. کارایی این مدل تاکنون در سلول‌های توربینی راشتون که از نوع سلول‌های فلوتاسیون هوادهی شده هستند، ارزیابی شده است. سلول خودهواده دنور، رایج‌ترین سلول استفاده شده آزمایشگاهی است و تفاوت‌های اساسی در مکانیزم هوادهی، هندسه سلول و همزن با سلول توربینی راشتون دارد. در این تحقیق تلاش شد تا کارایی مدل پایک در پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری ذرات پیریت از کنسانتره سنگ آهن در دامنه‌های مختلف ابعادی ذرات و سرعت‌های مختلف همزن در این نوع سلول بررسی شود. نتایج تجربی به دست آمده نشان داد که با توجه به سرعت همزن، ثابت نرخ شناوری ذرات با ابعاد میانی و درشت به ترتیب در محدوده  $1/2-1/4 s^{-1}$  و  $1/1 s^{-1}$  بودند در حالی که ذرات ریزدانه کمترین ثابت نرخ شناوری را در محدوده  $1/4-0/4 s^{-1}$  داشتند. علاوه بر این مشخص شد که ثابت‌های نرخ شناوری پیش‌بینی شده به وسیله مدل پایک با مقادیر تجربی به دست آمده در محدوده ابعادی درشت و متوسط از ذرات در سرعت‌های مختلف همزن، تطابق و همگرایی خوبی داشتند. اما در محدوده ابعادی ریزدانه و در هر سرعتی از همزن، خطای نسبی بین مقادیر اندازه‌گیری و پیش‌بینی شده ثابت نرخ شناوری ذرات بالاتر از ۴٪ بود. برخی از منشاءهای خطا و محدودیت‌های مدل پایک در این مقاله بحث شده است.

### مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:  
دریافت: ۱۲ دی ۱۳۹۸  
دریافت پس از اصلاح: ۲۴ مرداد ۱۳۹۹  
پذیرش نهایی: ۱۰ شهریور ۱۳۹۹

### کلمات کلیدی:

فلوتاسیون  
ثابت نرخ شناوری  
مدل پایک  
دامنه دانه‌بندی ذرات

\* عهده دار مکاتبات

a.dehghani@yazd.ac.ir

حقوق ناشر محفوظ است.

۱- مقدمه

فرآیند فلوتاسیون یکی از گسترده‌ترین روش‌های مورد استفاده در فرآوری مواد معدنی است. در این فرآیند نرخ شناور شدن ذرات را سینتیک گویند [۱]. به دست آوردن ثابت نرخ شناوری ذرات<sup>۱</sup> اهمیت خاصی در فلوتاسیون دارد به گونه‌ای که بر اساس آن می‌توان زمان بهینه فلوتاسیون، تعداد سلول‌های لازم برای مدار فلوتاسیون، حداکثر بازبایی سلول یا مدار فلوتاسیون و همچنین بهینه‌سازی نوع و غلظت مواد شیمیایی و دیگر پارامترهای اساسی فلوتاسیون را انجام داد [۲، ۳].

امروزه از مدل‌های مختلف سینتیک برای تجزیه و تحلیل نتایج فلوتاسیون ناپیوسته و تعیین ثابت نرخ شناوری استفاده می‌شود [۴-۶]. از میان این مدل‌ها، مدل کلاسیک مرتبه اول به طور وسیعی مورد استفاده قرار گرفته است [۷-۹]. شکل ریاضی این مدل به صورت زیر است [۱۰-۱۲]:

$$R = R_{inf}(1 - e^{-kt}) \quad (1)$$

که در آن R بازبایی کانی در زمان t (min)، k ثابت نرخ شناوری ذرات (min<sup>-1</sup>) و R<sub>inf</sub> بازبایی در زمان بی‌نهایت است. این مدل بر اساس مقادیر بازبایی به دست آمده در بازه‌های زمانی مختلف، ثابت نرخ شناوری ذرات را محاسبه می‌کند.

یکی از معروف‌ترین مدل‌های بنیادی ارائه شده در فلوتاسیون، مدل پایک<sup>۲</sup> است (رابطه ۲) که با در نظر گرفتن ارتباط اغتشاش سیستم و پارامترهای هیدرودینامیکی بر زیرفرآیندهای فلوتاسیون، ثابت نرخ شناوری ذرات را پیش‌بینی می‌کند [۱۳، ۱۴].

$$k = 2.39 \frac{Qg}{d_b V_r} \left[ \frac{0.33 \varepsilon^{\frac{4}{3}} d_b^{\frac{7}{3}}}{v_b^{\frac{1}{3}} (\Delta \rho)^{\frac{2}{3}}} \frac{1}{\rho_f} \right] E_c \cdot E_a \cdot E_s \quad (2)$$

در این رابطه Qg نرخ هوادهی (cm<sup>3</sup>/min)، d<sub>b</sub> قطر حباب (cm)، V<sub>r</sub> حجم سلول (cm<sup>3</sup>)، ε نرخ اتلاف انرژی (cm<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>)، v<sub>b</sub> ویسکوزیته سینماتیکی پالپ (cm<sup>2</sup>/s)، ρ<sub>f</sub> دانسیته پالپ (g/cm<sup>3</sup>)، Δρ اختلاف دانسیته ذره جامد با پالپ، v<sub>b</sub> سرعت حباب (cm/s)، E<sub>c</sub>، E<sub>a</sub> و E<sub>s</sub> نیز به ترتیب کارایی‌های برخورد، اتصال و پایداری حباب-ذره هستند.

حاصل ضرب کارایی این سه زیرفرآیند، کارایی جمع‌آوری ذرات توسط حباب‌ها (E) را تعریف می‌کند [۱۴]:

$$E = E_c \cdot E_a \cdot E_s \quad (3)$$

کارایی جمع‌آوری عبارت است از میزان احتمال جمع‌آوری ذرات جامد قابل شناور به وسیله حباب‌ها. کارایی برخورد عبارت

است از نسبت تعداد ذراتی که در واحد زمان به حباب برخورد می‌کنند به تعداد ذراتی که از یک فاصله بزرگ در یک مجرای جریان با سطح مقطع عرضی برابر با سطح تصویر شده حباب، نزدیک حباب می‌شوند. کارایی اتصال نیز بیانگر کسری از ذرات است که بعد از برخورد با حباب، متصل به آن باقی می‌مانند. کارایی پایداری مجموعه حباب-ذره نیز به صورت درصدی از ذرات متصل شده تعریف می‌شود که بعد از اتصال به حباب، از آن جدا نمی‌شوند [۱۴].

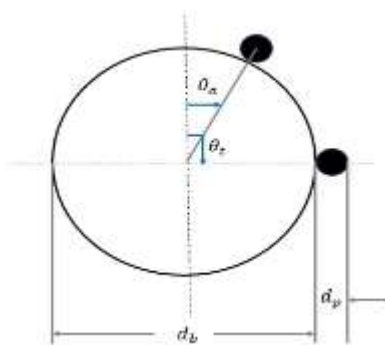
در مدل پایک برای محاسبه کارایی برخورد حباب-ذره (E<sub>c</sub>) از معادله تعمیم یافته ساترلند<sup>۳</sup> (رابطه ۴) استفاده شده است:

$$E_c = \frac{3d_p}{d_b} \cdot \sin^2 \theta_t \cdot \exp \left[ 3K_3 \cos \theta_t \left( \ln \frac{d_b}{d_p} - 1.8 \right) - \frac{9K_3 \left( \frac{2}{3} + \frac{\cos^3 \theta_t}{3} - \cos \theta_t \right)}{\frac{6d_p}{d_b} \cdot \sin^2 \theta_t} \right] \quad (4)$$

به طوری که d<sub>p</sub> متوسط قطر ذره و θ<sub>t</sub> بیشینه زاویه برخورد ذره با حباب (زاویه مماس) است که از رابطه ۵ محاسبه می‌شود:

$$\theta_t = \arcsin \{ 2\delta (\sqrt{1 + \delta^2} - \delta) \}^{0.5} \quad (5)$$

در شکل ۱ برخورد ذره‌ای با قطر d<sub>p</sub> به حبابی با قطر d<sub>b</sub> به صورت شماتیک نشان داده شده است در حالی که θ<sub>a</sub> زاویه برخورد (یا چسبندگی) است و ذره می‌تواند تا بیشینه زاویه ۹۰ درجه بر روی حباب سربخورد. θ<sub>t</sub> نیز بیشینه زاویه ممکن برای برخورد ذره با حباب است.



شکل (۱) تصویر شماتیک برخورد ذره جامد با حباب هوا و نمایش زاویه چسبندگی و بیشینه زاویه برخورد (با اقتباس از منبع [۱۳])

در رابطه ۵، δ یک عدد بی‌بعد است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۳]:

$$\delta = \frac{6d_p f}{9d_b K_3} \quad (6)$$

<sup>3</sup> generalized Sutherland equation

<sup>1</sup> Flotation Rate Constant

<sup>2</sup> Pyke

در مدل اتصال اصلاح شده دابی و فینچ از رابطه زیر برای محاسبه  $\theta_t$  استفاده می شود که متفاوت از رابطه ای است که در مدل برخورد ساترلند (رابطه ۴) بود [۱۷]:

$$\theta_t = 78.1 - 7.37 \log R_{eb} \quad (14)$$

در رابطه ۱۴،  $R_{eb}$  عدد رینولدز حساب است که به صورت زیر محاسبه می شود [۱۸، ۱۹]:

$$R_{eb} = \frac{v_b d_b \rho_f}{\eta} = \frac{v_b d_b}{\nu} \quad (15)$$

به طوری که  $\eta$  ویسکوزیته دینامیکی پالپ است.

اگر عدد رینولدز حساب بسیار کوچک تر از ۱ باشد، رژیم جریان استوکس است و اگر  $R_{eb}$  بین ۱۰۰ تا ۵۰۰ باشد، رژیم جریان پتانسیل است. شرایط جریانی که بین رژیم جریان استوکس و پتانسیل قرار می گیرد به عنوان رژیم جریان میانی در نظر گرفته می شود [۱۸]. پایداری جریان سلول فلوتا سیون را جریان پتانسیل (یعنی جریانی با عدد رینولدز حساب بالا) در نظر گرفت [۱۳].

در مدل پایک، رابطه استفاده شده برای تعیین کارایی پایداری مجموعه حباب-ذره، مدل اصلاح شده شولتز<sup>۲</sup> است (رابطه ۱۶). در این رابطه، ارتباط کارایی پایداری ( $E_s$ ) با نیروهای موثر در چسبندگی ( $F_{att}$ ) و نیروهای موثر در جدا شدن ( $F_{det}$ ) ذره از حساب به شکل زیر نمایش داده شده است [۱۵]:

$$E_s = 1 - \exp\left(1 - \frac{F_{att}}{F_{det}}\right) \quad (16)$$

نیروهای موئین و هیدرواستاتیکی؛ نیروهای اتصال ذره به حباب را تشکیل می دهند در حالی که نیروهای جاذبه، شناوری، شتاب گریز از مرکز ذره و فشار موئین (در حباب هوا) نیروهای موثر در جدا شدن ذره از حباب هستند. مجموع این نیروها در حالت تعادل صفر است. با توجه به این نیروها، رابطه ۱۶ را می توان به صورت زیر نوشت [۱۵]:

$$E_s = 1 - \exp\left(1 - \frac{|6\gamma \sin \omega \sin(\omega + \theta)|}{d_p^2(\Delta \rho g + \rho_f a) + 1.5 d_p (\sin^2 \omega) \cdot f(d_b)}\right) \quad (17)$$

به طوری که  $\gamma$  کشش سطحی آب،  $a$  شتاب گریز از مرکز ذره در میدان جریانی مغشوش و  $\omega$  اشاره به موقعیت مکانی ذره در سطح مشترک مایع-هوا دارد که برابر با  $180 - \theta/2$  است [۱۳، ۱۵]. در این رابطه  $f(d_b)$  به صورت زیر محاسبه می شود [۱۳]:

$$f(d_b) = \left(\frac{4\gamma}{d_b} - d_b \rho_f g\right) \quad (18)$$

شتاب گریز از مرکز مجموعه ذره-حباب به میزان اغتشاش سلول فلوتاسیون بستگی دارد و از دو رابطه تقریباً مشابه می توان آن را محاسبه کرد. برای ادی های بزرگ جریان مغشوش از رابطه ۱۹ استفاده می شود [۱۵]:

در این رابطه  $f$  یک فاکتور عددی است که اثر کوتاه برد برهمکنش هیدرودینامیکی بین ذره و سطح حباب را توصیف می کند و معمولاً برابر با  $2/0.34$  در نظر گرفته می شود. پارامتر  $K_3$  نیز که در رابطه های ۴ و ۶ آمده است به صورت زیر محاسبه می شود [۱۳، ۱۵]:

$$K_3 = \frac{v_b(\rho_p - \rho_f) d_b^2}{9\nu d_b} \quad (7)$$

به طوری که  $\rho_p$  دانسیته ذره،  $\nu$  ویسکوزیته سینماتیکی پالپ و  $v_b$  سرعت حساب است که بر اساس رابطه ۸ محاسبه می شود [۱۴]:

$$v_b = \frac{d_b^2}{18\nu} g \quad (8)$$

در این رابطه  $g$  شتاب گرانش است.

مدل استفاده شده برای محاسبه کارایی اتصال ذره به حباب، مدل اصلاح شده دابی و فینچ<sup>۱</sup> (رابطه ۹) است [۱۳]:

$$E_a = \frac{\sin^2 \theta_a}{\sin^2 \theta_t} \quad (9)$$

به طوری که  $\theta_t$  بیشینه زاویه برخورد ممکن بین ذره و حباب ( $\theta_a$  زاویه چسبندگی) زاویه برخوردی است که اگر یک ذره در این زاویه به حباب برخورد کند، زمان برخورد آن برابر با زمان القا است [۱۳، ۱۴].  $\theta_a$  از رابطه ۱۰ محاسبه می شود [۱۳، ۱۵]:

$$\theta_a = 2 \arctan \exp\left[-t_{ind} \frac{2(v_p + v_b) + v_b \left(\frac{d_b}{d_p + d_b}\right)^3}{d_p + d_b}\right] \quad (10)$$

به طوری که  $v_p$  سرعت ذره و  $t_{ind}$  زمان القا هستند. زمان القا با اندازه ذره مرتبط است و از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$t_{ind} = \frac{75}{\theta} d_p^\beta \quad (11)$$

پارامتر بی بعد  $\beta$  مستقل از اندازه ذره، زاویه تماس و اندازه حباب است [۱۴] و مقادیری در محدوده ۰/۷-۰/۵ دارد [۱۵].

برای محاسبه سرعت ذره اشاره شده در رابطه ۱۰ می توان از معادله زیر استفاده کرد:

$$v_p = \sqrt{\frac{3g(\rho_s - \rho)d_p}{\rho}} \quad (12)$$

و در جایی که قانون نیوتن و استوکس کاربرد ندارند از معادله زیر استفاده می شود [۱۶]:

$$v_p = 20.52 \frac{\eta}{d_p \rho_f} \left[ 1 + 0.0921 \left( \frac{d_b^3 (\rho_s - \rho_f) \rho_f g}{0.75 \eta^2} \right)^{0.5} \right]^{0.5} - 1 \quad (13)$$

<sup>2</sup> modified Schulze

<sup>1</sup> modified Dobby-Finch

### اندازه متفاوت ذرات

استفاده از آن در پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری ذرات مشخص شود. بدیهی است نتایج این تحقیق می‌تواند در اصلاح و توسعه مدل پایک مفید باشد.

## ۲- مواد و روش‌ها

مجموعه آزمایش‌های این تحقیق بر روی کنسانتره سنگ‌آهن تولیدی خط ۶ گل‌گهر سیرجان انجام شد. در این کارخانه به منظور گوگردزدایی از کنسانتره آهن، فلوتاسیون معکوس انجام می‌شود. بدین صورت که پیریت (کانی حاوی گوگرد،  $FeS_2$ ) در سلول‌های فلوتاسیون شناور شده و به عنوان باطله از مدار خارج می‌شود.

در این بخش تلاش شده است تا علاوه بر بیان روش نمونه‌برداری و روش انجام آزمایش‌های سینتیکی فلوتاسیون، نحوه اندازه‌گیری یا محاسبه پارامترهای ورودی مدل پایک نیز به اختصار تشریح شوند.

### ۱-۲- روش نمونه‌برداری و آماده‌سازی نمونه‌ها

از آنجایی که در زمان انجام این تحقیق، سلول‌های فلوتاسیون خط ۶ گل‌گهر در مدار بهره‌برداری نبودند، نمونه‌گیری پالپ از مرحله قبل از مدار فلوتاسیون یعنی از کنسانتره جداکننده‌های مغناطیسی پریکارکنی ثانویه انجام شد. مدت زمان نمونه‌گیری حدود ۳ ساعت و با فاصله‌های زمانی ۳۰ دقیقه بود و نمونه‌ها به طور متوالی گرفته شدند. پس از اتمام نمونه‌برداری، نمونه پالپ به کمک فیلتر پرس آزمایشگاهی، آب‌گیری و در ادامه در درون آون با دمای ۹۰ درجه سانتی‌گراد خشک شد. پس از آن با استفاده از ریفل آزمایشگاهی، نمونه‌ای کاملاً مخلوط و همگن به دست آمد. با استفاده از روش‌های طیف‌سنجی فلورسانس اشعه ایکس (XRF) و طیف‌سنجی پراش اشعه ایکس (XRD) آنالیز شیمیایی و کانی‌شناسی نمونه به دست آمد که نتایج آن به ترتیب در جدول‌های ۱ و ۲ نشان داده شده است. در مرحله بعد با کمک سرندکنی تر، خوراک به سه محدوده دانه‌بندی درشت (۹۰+ میکرون)، میانی (۹۰-۴۵ میکرون) و ریز (۴۵- میکرون) تقسیم‌بندی شد و چگالی هر محدوده ابعادی از ذرات (به عنوان یکی از متغیرهای ورودی مدل پایک) با استفاده از دستگاه پیکنومتر اندازه‌گیری شد.

$$a = 29.6 \frac{\varepsilon^{2/3}}{\left(\frac{d_b + d_p}{2}\right)^{1/3}} \quad (19)$$

و در حالتی که اندازه ذره کوچک‌تر از اندازه حباب باشد از رابطه زیر برای محاسبه شتاب گریز از مرکز مجموعه ذره-حباب استفاده می‌شود [۱۳، ۱۸]:

$$a = 1.9 \frac{\varepsilon^{2/3}}{\left(\frac{d_b + d_p}{2}\right)^{1/3}} \quad (20)$$

پایک (۲۰۰۳ و ۲۰۰۴) مدل پیشنهادی‌اش را در پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری ذرات کوارتز، کالکوپیریت و گالن در سلول فلوتا سیون توربینی را شتون برر سی و نتایج رضایت بخشی بین پیش‌بینی‌های مدل با داده‌های تجربی مشاهده کرد [۱۳، ۱۴]. دوان<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۰۳) نیز با بازیابی ذرات کالکوپیریت از کانی سولفیدی در سلول فلوتاسیون توربینی راشتون، کارایی مدل پایک را در پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری مناسب ارزیابی کردند [۱۵]. همچنین کریمی و همکاران (۲۰۱۴) در بررسی دینامیک سیالات محاسباتی سلول فلوتاسیون توربینی راشتون، پیش‌بینی‌های عددی حاصل از فلوتاسیون کوارتز خالص را با استفاده از داده‌های به دست آمده از این مدل مقایسه و مناسب ارزیابی کردند [۲۰].

تحقیقات انجام شده برای ارزیابی مدل پایک عمدتاً در سلول فلوتاسیون توربینی راشتون بوده است که از انواع سلول‌های با مکانیزم هوادهی شده<sup>۲</sup> است. در این نوع سلول‌ها، دبی هوادهی یک متغیر مستقل بوده و هوا با استفاده از دمنده به سلول فلوتاسیون وارد می‌شود در حالی که در سلول‌های فلوتاسیون خودهواده<sup>۳</sup>، هوا به واسطه چرخش همزن به داخل سلول مکش می‌شود و یک متغیر وابسته است که به عوامل مختلفی از قبیل سرعت همزن، عمق کف و چگالی پالپ بستگی دارد [۲۲]. سلول خودهواده دنور (به عنوان رایج‌ترین سلول فلوتاسیون آزمایشگاهی) علاوه بر تفاوت در مکانیزم هوادهی، از نظر هندسه سلول و همزن نیز با سلول توربینی راشتون تفاوت دارد که سبب خصوصیات هیدرودینامیکی متفاوتی می‌شود. از آنجایی که تاکنون کارایی این مدل در سلول خودهواده دنور مورد بررسی قرار نگرفته است تصمیم گرفته شد تا در این تحقیق، کارایی مدل پایک در پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری ذرات پیریت از کنسانتره سنگ‌آهن در سه محدوده دانه‌بندی مختلف از ذرات و سرعت‌های مختلف همزن در این نوع سلول آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گیرد، تا ضمن آگاهی از کارایی این مدل در سلول خودهواده دنور، محدودیت‌ها و مزایای

<sup>3</sup> Self-aerated flotation cell

<sup>1</sup> Duan

<sup>2</sup> Induced-air

## ۲-۳-۲- اندازه گیری پارامترهای ورودی مدل پایک

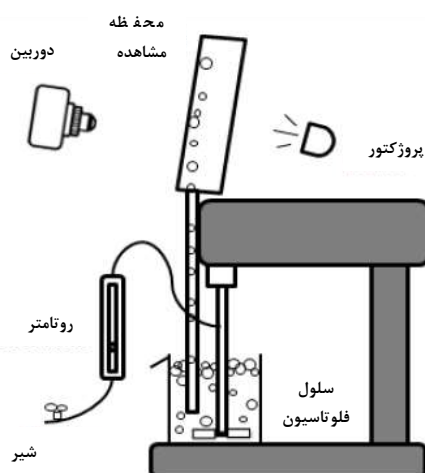
## ۲-۳-۲-۱- دبی هوای ورودی به سلول

برای اندازه گیری دبی هوای ورودی به سلول آزمایشگاهی دنور از یک روتامتر شیشه‌ای استفاده شد. این روتامتر با یک شیلنگ به شیر ورودی هوای سلول فلوتاسیون متصل شده بود. به طوری که با باز شدن شیر، هوا با عبور از روتامتر وارد سلول فلوتاسیون می‌شد. این روتامتر که محدوده ۵-۰/۵ lit/min را اندازه گیری می‌کرد دقتی برابر با ۰/۱ lit/min داشت.

## ۲-۳-۲-۲- ابعاد حباب‌های هوا

اندازه حباب‌های هوا با استفاده از دستگاه اندازه‌گیری ابعاد حباب ساخته شده در مقیاس آزمایشگاهی اندازه‌گیری شد. این دستگاه مشابه با دستگاه اندازه‌گیری ابعاد حباب دانشگاه مک‌گیل کانادا بود [۲۱]. اساس کار این دستگاه، نمونه‌گیری از حباب‌های هوا داخل سلول فلوتاسیون و تصویربرداری از آنها با دوربین و سپس پردازش تصاویر و تعیین متوسط قطر حباب‌ها است. جزئیات این دستگاه و چگونگی عملکرد آن در جای دیگر توضیح داده شده است [۲۲].

در شکل زیر به صورت شماتیک نحوه قرارگیری دستگاه اندازه‌گیری ابعاد حباب و روتامتر در سلول آزمایشگاهی دنور نشان داده شده است.



شکل (۲) تصویر شماتیک از نحوه قرارگیری روتامتر و دستگاه اندازه‌گیری ابعاد حباب در سلول فلوتاسیون

## ۲-۳-۲-۳- زاویه تماس

زاویه تماس در حقیقت معیاری از آبرانی/آبدوستی کانی و قابلیت شناوری آن است که به شرایط شیمیایی محیط از قبیل

## جدول ۱- آنالیز کانی شناسی خوراک فلوتاسیون (بر اساس

(XRD) روش

کانی	مگنتیت Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	هماتیت Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	پیریت FeS <sub>2</sub>	کلسیت CaCO <sub>3</sub>
درصد وزنی	۸۴/۴	۶/۱۳	۳/۲۶	۵/۲۳

## جدول ۲- آنالیز شیمیایی خوراک فلوتاسیون (بر اساس روش

(XRF)

ترکیب	Fe	FeO	S	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	CaO	MgO	P
درصد وزنی	۶۶/۹	۲۶/۲	۱/۷۴	۰/۹۸	۱/۸	۳/۱۷	۱/۶۶	۰/۰۱

## ۲-۲- آزمایش‌های سینتیکی فلوتاسیون

در این تحقیق از سلول آزمایشگاهی دنور مدل D12 و یک تانک ۵/۵ لیتری برای انجام آزمایش‌های سینتیکی فلوتاسیون استفاده شد.

در هر آزمایش درصد جامد پالپ ۳۰ درصد و از پتاسیم آمیل گزنتات (PAX) به عنوان کلکتور و متیل ایزوبوتیل کربونیل (MIBC) به عنوان کف‌ساز، به ترتیب در مقادیر ۱۵۰ g/t و ۱۰۰ g/t استفاده شد.

در طی آزمایش‌های فلوتاسیون، عملیات کف‌گیری در زمان های ۰/۵، ۱، ۲، ۴ و ۸ دقیقه به صورت جداگانه انجام شد. در همه آزمایش‌ها عمق کف، کم و ثابت بود و از اینرو کارایی فاز کف، واحد در نظر گرفته شد.

پس از اتمام هر آزمایش، نمونه‌های کف به دست آمده (به عنوان باطله فلوتاسیون) به همراه کنسانتره فلوتاسیون (باقی مانده در سلول) خشک، توزین و عیارسنجی شدند. با استفاده از مقادیر وزنی به دست آمده در هر مرحله کف‌گیری و آنالیز عیاری گوگرد، میزان بازیابی گوگرد (R) با توجه به رابطه زیر برای هر آزمایش مشخص شد.

$$R = 100 \frac{T.t}{F.f} \quad (۲۱)$$

که در این رابطه T و F به ترتیب جرم جامد محصول کف (باطله) و خوراک فلوتاسیون و t و f نیز به ترتیب عیار گوگرد در محصول باطله و خوراک می‌باشند. سپس با استفاده از رابطه ۱ ثابت نرخ شناوری پیریت برای هر آزمایش محاسبه شد.

اندازه متفاوت ذرات

۷-۳-۲- نرخ اتلاف انرژی

معمولا به دلیل وجود مشکلات در تعیین دقیق میانگین فضایی اتلاف انرژی محلی برای یک سیستم با اغتشاش معین از متوسط اتلاف انرژی ( $\bar{E}$ ) سلول فلوتاسیون استفاده می‌شود که می‌توان آن را براساس توان‌کشی موثر سلول ( $P_{eff}$ ) و جرم پالپ ( $M$ ) با معادله زیر تعیین کرد [۲۷-۲۵، ۱۸]:

$$\bar{E} = \frac{P_{eff}}{M} \quad (24)$$

برای محاسبه توان‌کشی موثر؛ توان‌کشی در حالتی که همزن در داخل پالپ است از توان‌کشی سلول در حالت بدون بار، کسر می‌شود.

با استفاده از کلمپ‌متر<sup>۱۱</sup> جریان ورودی به الکتروموتور سلول فلوتاسیون اندازه‌گیری شد و سپس با توجه به رابطه زیر، توان‌کشی محاسبه شد [۲۸، ۱۶]:

$$P = VI \quad (25)$$

به طوری که  $V$  ولتاژ ( $v$ ) و  $I$  جریان‌کشی الکتروموتور (Amp) است.

۸-۳-۲- سایر پارامترهای ورودی مدل پایک

برای محاسبه سرعت حباب هوا از رابطه ۸ استفاده شد. همچنین شتاب گرانش  $981 \text{ cm/s}^2$ ، چگالی هوا  $\text{g/cm}^3$  و  $0.01225$  و حجم مفید سلول آزمایشگاهی فلوتاسیون  $\text{cm}^3$   $5080$  در نظر گرفته شد.

### ۳- تحلیل نتایج

۱-۳- تاثیر سرعت همزن بر ثابت نرخ شناوری ذرات

#### پیریت

نتایج آزمایش‌های سینتیکی فلوتاسیون در سه محدوده دانه‌بندی و سرعت‌های مختلف همزن در شکل ۳ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش سرعت همزن ثابت نرخ شناوری برای همه محدوده‌های ابعادی ذرات افزایش می‌یابد. افزایش سرعت همزن به واسطه افزایش اغتشاش سیستم و بهبود خصوصیات انتشار گاز، بر همه زیرفرآیندهای فلوتاسیون تاثیرگذار است. به طور کلی افزایش سرعت همزن، نرخ شناوری ذرات را با افزایش تعداد برخورد‌های حباب-ذره و افزایش کارایی‌های برخورد و اتصال بهبود می‌دهد اما از سوی دیگر سبب کاهش پایداری مجموعه حباب-ذره (و افزایش کارایی جدا شدن و ترکیب حباب‌ها)

نوع و غلظت کلکتور بستگی دارد. زاویه تماس کمتر به معنای خیس شونده‌گی بیشتر کانی است [۲۳]. در کانه (حاوی مخلوطی از کانی‌ها) تکنیک آسان و قابل اعتمادی برای اندازه‌گیری زاویه تماس یک کانی خاص وجود ندارد مگر روش ToF-SIMS<sup>۹</sup> [۱۵]. این روش در ایران وجود ندارد، از اینرو برای اندازه‌گیری زاویه تماس ذرات پیریت، نمونه‌ای از پیریت خالص در محدوده‌های ابعادی مختلف تهیه و پودر شد و بعد از مخلوط کردن با محلول کلکتور PAX و خشک کردن آن‌ها، با استفاده از دستگاه پرس XRF، نمونه‌هایی مسطح به دست آمد. این نمونه‌ها برای اندازه‌گیری زاویه تماس با روش Sessile Drop و پردازش تصویر به آزمایشگاه مرکز تحقیقات نانو مهندسی سطح (دانشگاه تهران) ارسال شدند.

۴-۳-۲- کشش سطحی آب

افزایش کشش سطحی آب با افزایش کارایی اتصال ذرات به سطح حباب‌ها سبب افزایش ثابت نرخ شناوری به ویژه برای ذرات درشت می‌شود [۲۴]. به منظور اندازه‌گیری کشش سطحی آب، بعد از انجام آزمایش‌های سینتیکی فلوتاسیون، محتوای باقی مانده در سلول توسط فیلتر پرس آزمایشگاهی، فیلتر شد و آب فیلتریت آن جمع‌آوری و برای تعیین کشش سطحی آب به آزمایشگاه مرکز تحقیقات نانو مهندسی سطح (دانشگاه تهران) ارسال شد.

۵-۳-۲- ویسکوزیته پالپ

برای اندازه‌گیری ویسکوزیته، نمونه‌های پالپ خوراک فلوتاسیون به آزمایشگاه رئولوژی پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران ارسال شد و در آن‌جا ویسکوزیته دینامیکی پالپ ( $\eta$ ) با ویسکومتر بروکفلید<sup>۱۰</sup> اندازه‌گیری شد. سپس براساس رابطه زیر و با استفاده از چگالی پالپ ( $\rho_p$ )، ویسکوزیته سینماتیکی ( $v$ ) آن نیز محاسبه شد.

$$v = \frac{\eta}{\rho_f} \quad (22)$$

۶-۳-۲- دانسیته پالپ

برای محاسبه دانسیته پالپ با توجه به این که در تمامی آزمایش‌ها، خوراک فلوتاسیون پالپ با ۳۰ درصد جامد ( $X$ ) بود و چگالی ذرات جامد ( $\rho_p$ ) در هر دامنه ابعادی مشخص بود، دانسیته پالپ از رابطه زیر محاسبه شد.

$$\rho_f = \frac{\rho_p}{X(\rho_p - 1) - \rho_p} \quad (23)$$

<sup>11</sup> Clamp Meter

<sup>9</sup> Time-of-Flight Secondary Ion Mass Spectrometry

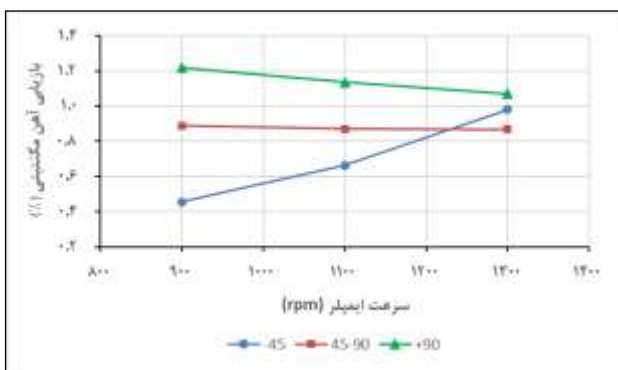
<sup>10</sup> Brookfield Viscometer

با افزایش سرعت همزن، سرعت جریان سیال در درون سلول بیشتر می‌شود و ذرات از جریان‌های سیال اطراف حباب، کمتر دنباله‌روی می‌کنند، از اینرو احتمال برخورد حباب و ذره افزایش می‌یابد.

از آنجایی که نرخ پایین شناوری ذرات ریز اساساً به دلیل کارایی پایین برخورد و نرخ ضعیف فلوتاسیون ذرات درشت به دلیل احتمال بالای جدا شدن ذرات از حباب‌ها است [۱۳، ۱۴] بنابراین بدیهی است که ذرات با ابعاد میانی در این دو زیرفرآیند کارایی مناسبی خواهند داشت و از اینرو شناورسازی آن‌ها بهتر از دو محدوده ابعادی دیگر است. زیرا این ذرات نه به آن اندازه کوچک و سبک هستند که از جریان‌های سیال اطراف حباب پیروی کرده و با حباب‌های هوا برخورد نکنند و در نتیجه کارایی برخورد پایینی داشته باشند و نه به آن اندازه بزرگ و سنگین هستند که به دلیل وزن زیادشان به آسانی از حباب‌های هوا جدا شوند و کارایی پایداری پایینی داشته باشند.

### ۳-۲- تاثیر سرعت همزن بر ثابت نرخ شناوری ذرات مگنتیت

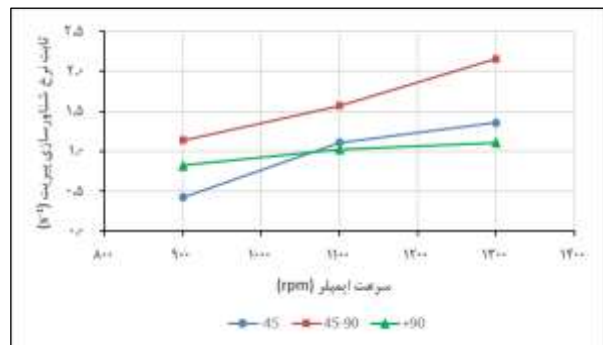
با توجه به آنالیز مقدار آهن در باطله، بازیابی آهن (با منشأ کانی مگنتیت،  $Fe_3O_4$ ) در باطله فلوتاسیون در همه محدوده‌های ابعادی ذرات و سرعت‌های مختلف همزن محاسبه و در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل (۴) بازیابی غیرانتخابی آهن مگنتیتی به باطله فلوتاسیون در دامنه‌های مختلف ابعادی ذرات و سرعت‌های متفاوت همزن

همان‌طور که ملاحظه می‌شود بیشترین بازیابی آهن (به صورت غیرانتخابی) در بازه ابعادی ریزدانه و بیشترین تاثیر سرعت همزن بر بازیابی آهن نیز در همین بازه ابعادی است.

می‌شود. از اینرو اثر کلی که سرعت همزن بر ثابت نرخ شناوری دارد، توازن بین کارایی این زیرفرآیندها است [۱۸].



شکل (۳) تغییرات ثابت نرخ شناوری پیریت در دامنه‌های مختلف ابعادی ذرات و سرعت‌های متفاوت همزن

همان‌طور که از شکل ۳ ملاحظه می‌شود، ذرات با ابعاد میانی بالاترین ثابت نرخ شناوری را در سرعت‌های مختلف همزن دارند. همچنین افزایش سرعت همزن، کمترین اثر را بر بهبود ثابت نرخ شناوری ذرات درشت دارد.

عمده مطالعات تحقیقاتی اشاره دارند که افزایش سرعت همزن، میزان جدا شدن ذرات از حباب‌ها را به طور قابل ملاحظه‌ای برای ذرات درشت افزایش می‌دهد اما تاثیر کمتری بر ذرات ریز دارد [۱۸]. یکی از دلایل اصلی پایین بودن کارایی پایداری ذرات درشت، نیروی زیاد وزن آن‌ها است زیرا ذرات درشت، نیروی گرانشی بیشتری نسبت به نیروی چسبندگی به مجموعه حباب-ذره تحمیل می‌کنند که احتمال جدا شدن ذره از حباب هوا را افزایش می‌دهد. همچنین ذرات درشت به دلیل دارا بودن درجه آزادی کمتر (نسبت به محدوده‌های ابعادی دیگر)، نه تنها انتخاب‌پذیری فلوتاسیون را به طور منفی تحت تاثیر قرار می‌دهند، بلکه به دلیل آبرانی کمتر (به واسطه سطح آزاد کمتر)، کارایی پایداری را کاهش می‌دهند. بنابراین می‌توان گفت که به طور کلی برای ذرات درشت، به علت کم بودن درجه آزادی، عدم حصول آبرانی کافی سطح ذرات، کاهش توانایی حباب‌ها در حمل ذرات درشت، کاهش احتمال اتصال ذره و حباب و در نهایت کاهش کارایی پایداری مجموعه ذره-حباب، ثابت نرخ شناوری آن‌ها پایین است.

ذرات ریز نیز به دلیل جرم و نیروی اینرسی کم غالباً کارایی برخورد ضعیفی با حباب‌های هوا دارند زیرا آن‌ها تمایل دارند از خطوط جریان سیال اطراف حباب دنباله‌روی کنند [۱۸، ۲۰].

## ارزیابی کارایی مدل پایک در سلول آزمایشگاهی دنور جهت پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری پیریت در سرعت‌های مختلف همزن و اندازه متفاوت ذرات

مقایسه ثابت‌های نرخ شناوری به دست آمده از داده‌های آزمایشگاهی ( $k_{Exp}$ ) و پیش‌بینی شده به وسیله مدل پایک ( $k_{Pyke}$ ) برای محدوده‌های ابعادی مختلف ذرات در شکل ۵ نشان داده شده است. همچنین خطای نسبی (Error) آن‌ها با توجه به رابطه ۲۶ محاسبه و در جدول ۴ گزارش شده است. همان‌طور که از شکل ۵ و جدول ۴ ملاحظه می‌شود، پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری انجام شده برای محدوده‌های دانه‌بندی درشت و میانی تطابق و همگرایی خوبی با ثابت نرخ‌های شناوری به دست آمده از داده‌های تجربی دارند. اما در محدوده ابعادی ریزدانه، ثابت‌های نرخ شناوری پیش‌بینی شده به وسیله مدل پایک، بیش از مقدار واقعی پیش‌بینی شده و غیرقابل قبول است. به ویژه این که در سرعت ۹۰۰ rpm اختلاف بسیار زیادی بین ثابت نرخ شناوری تجربی و پیش‌بینی شده است.

$$\text{Error (\%)} = 100 \frac{k_{Exp} - k_{Pyke}}{k_{Exp}} \quad (26)$$

نکته قابل تامل آن است که پایک در کار تحقیقاتی خود، با آزمایش‌هایی که بر روی کانی کالکوپیریت موجود در کانه مس و کانی گالن موجود در کانه سرب انجام داد، مشاهده کرد که مدل او، ثابت نرخ شناوری را برای کانی گالن ریزدانه به خوبی پیش‌بینی نمی‌کند [۱۴]. این مساله نیز در مجموعه آزمایش‌های این تحقیق در مورد پیریت ریزدانه تکرار شد. بنابراین به نظر می‌رسد مدل پایک در پیش‌بینی ثابت نرخ فلوتاسیون ذرات ریزدانه کارایی قابل قبولی ندارد.

جدول ۴- خطای نسبی بین مقادیر اندازه‌گیری و پیش‌بینی شده ثابت نرخ شناوری ذرات پیریت در سرعت‌های مختلف همزن و دامنه‌های ابعادی متفاوت از ذرات

۹۰۰ rpm	۱۱۰۰ rpm	۱۳۰۰ rpm	
۲/۴۷	۰/۵۱	۲/۹۷	+۹۰ میکرون
-۲/۰۰	۳/۶۰	۱/۴۲	۹۰-۴۵ میکرون
-۱۳۳/۶۳	-۴/۱۵	-۵/۳۰	-۴۵ میکرون

با توجه به پارامترهای مدل پایک و رابطه‌های ریاضی استفاده شده در آن مشاهده می‌شود که این مدل بنیادی تاثیر دنباله‌روی ذرات را در پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری در نظر نمی‌گیرد. از اینرو به نظر می‌رسد این مساله یکی از نواقص مدل پایک و منشاء خطا به ویژه برای محدوده ابعادی ریزدانه باشد.

اشکال دیگری را که می‌توان بر مدل پایک وارد دانست این است که در آن به رفتار فاز کف و تاثیر آن بر ثابت نرخ

آشکار است که در این محدوده دانه‌بندی، به دلیل پدیده دنباله‌روی ذرات ریز از جریان آب، بیشترین بازیابی غیرانتخابی وجود دارد. زیرا با افزایش سرعت همزن به دلیل بازیابی بیشتر آب، ذرات ریز مگنتیتی بیشتری نیز به باطله راه پیدا می‌کنند. با بزرگتر شدن ابعاد ذرات، درجه آزادی کاهش می‌یابد. به نظر می‌رسد به همین دلیل است که در فلوتاسیون ذرات با ابعاد میانی و درشت نیز، هدرروی آهن موجود است زیرا این‌ها در حقیقت ذرات مگنتیتی هستند که در نتیجه قفل شدگی با ذرات پیریت شناور شده‌اند. از آنجایی که درجه آزادی ذرات درشت کمتر است، میزان هدرروی آهن نیز در این بازه ابعادی بیشتر از محدوده ابعاد میانی است.

### ۳-۳- ارزیابی کارایی مدل پایک

برای محاسبه ثابت نرخ شناوری با استفاده از مدل پایک (رابطه ۲) از نرم افزار MATLAB استفاده شد. ورودی‌های این مدل ۱۵ پارامتر است که عبارتند از: اندازه ذره، اندازه حباب، سرعت حباب، دانسیته پالپ، دانسیته ذره جامد، دانسیته هوا، ویسکوزیته سینماتیکی پالپ، زاویه تماس، شتاب گرانش، کشش سطحی سیال، نرخ اتلاف انرژی، دبی هوادهی، حجم سلول فلوتاسیون، سرعت سیال مغشوش (که برابر با سرعت حباب در نظر گرفته می‌شود) و فاکتور  $\beta$ . به عنوان مثال مقادیر اندازه‌گیری شده پارامترهای مدل پایک برای محدوده ابعادی درشت در سرعت ۹۰۰ rpm در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳- مقادیر اندازه‌گیری یا محاسبه شده پارامترهای ورودی مدل پایک برای محدوده ابعادی درشت از ذرات و در سرعت همزن

۹۰۰ rpm		
پارامتر	یکا	مقدار
$d_p$	cm	۰/۰۱۴۴
$d_b$	cm	۰/۰۷۱۲
$v_b$	cm/s	۸/۱۷
$\rho_f$	g/cm <sup>3</sup>	۱/۳۱۲
$\rho_p$	g/cm <sup>3</sup>	۴/۸۲۸۶
$\rho_g$	g/cm <sup>3</sup>	۰/۰۰۱۲۲۵
$v$	cm <sup>2</sup> /s	۰/۰۳۳۸
$\theta$	rad	۰/۸۷۲۵
$g$	cm/s <sup>2</sup>	۹۸۱
$\gamma$	dyn/cm	۶۲/۳
$\varepsilon$	cm <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>	۱۶۱۷/۷
$Q_g$	cm <sup>3</sup> /min	۱۸۰۰
$V_f$	cm <sup>3</sup>	۵۰۸۰
$\beta$		۰/۵۱



مدل پایک در سلول توربینی راشتون توسعه و ارزیابی شده است [۱۳-۱۵، ۲۰] که این سلول از نوع هوادهی شده است. نتایج به دست آمده در تحقیق کنونی حاصل انجام آزمایش‌ها در یک سلول آزمایشگاهی خودهواده بود که نتایج قابل قبولی را برای مدل پایک به همراه داشت. پیشنهاد می‌شود کارایی مدل پایک در ستون‌های فلوتاسیون نیز بررسی شود. زیرا در ستون‌های فلوتاسیون مکانیزم ایجاد اغتشاش، هوادهی، تولید و انتشار حباب‌های هوا کاملاً متفاوت با سلول‌های مکانیکی است و از اینرو ممکن است این مدل در آن‌جا با چالش‌های بیشتری در پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری ذرات مواجه شود.

با توجه به این که مدل پایک از معادله‌ها و رابطه‌های پیچیده‌ای تشکیل شده است و متغیرهای زیادی را به عنوان ورودی مدل در نظر گرفته است، می‌توان گفت که یکی از مشکلات استفاده از چنین مدلی، تعداد زیاد اندازه‌گیری‌ها و محاسبات پارامترهای مختلف است. بدیهی است که این امر علاوه بر نیاز به تجهیزات خاص (مانند دستگاه اندازه‌گیری ابعاد حباب، فلومتر، ویسکومتر، دستگاه اندازه‌گیری زاویه تماس و غیره) سبب صرف زمان و هزینه فراوانی می‌شود که شاید تنها در مقیاس آزمایشگاهی و در کارهای تحقیقاتی خاص، توجیه فنی و اقتصادی داشته باشد.

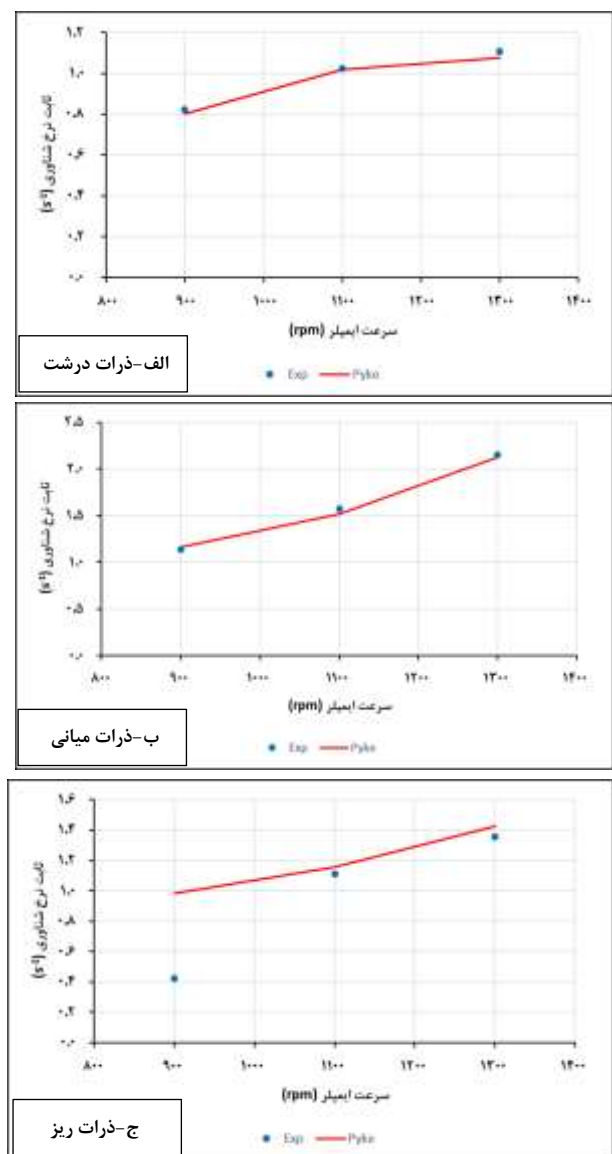
#### ۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق آزمایش‌های سینتیکی فلوتاسیون در سلول خودهواده دنور با شناورسازی پیریت از کنسانتره سنگ آهن، در محدوده‌های مختلف دانه‌بندی و سرعت‌های متفاوت همزن انجام شد.

نتایج این تحقیق نشان داد که مدل پایک علاوه بر سلول فلوتاسیون توربینی راشتون که از نوع هوادهی شده است، در سلول خودهواده دنور نیز به طور کلی کارایی مناسبی دارد و متفاوت بودن مکانیزم ورود هوا به این سلول، تاثیری بر کارایی مدل ندارد.

همچنین مشخص شد که مدل پایک ثابت‌های نرخ شناوری ذرات برای محدوده دانه‌بندی درشت و میانی را به طور قابل قبولی پیش‌بینی کرد اما برای محدوده ابعادی ریز کارایی لازم را نداشت.

شناوری دارد توجهی نشده است. در حقیقت در این مدل کارایی فاز کف واحد فرض شده است. یعنی برای استفاده از این مدل، همانند تحقیق کنونی، عمق کف را همواره باید اندک در نظر گرفت. در حالی که در برخی از آزمایش‌ها ممکن است عمق کف زیاد مدنظر باشد و سلول به عنوان پرعیارکننده ثانویه (کلینر) مورد بررسی باشد، بدیهی است که در این وضعیت بازیابی فاز کف، تاثیر بسیار زیادی بر نتایج سینتیکی خواهد داشت که مدل پایک آن‌ها را در نظر نمی‌گیرد و در نتیجه این مدل کارایی لازم را در پیش‌بینی صحیح ثابت نرخ شناوری نخواهد داشت.



شکل ۵: مقایسه ثابت نرخ شناوری تجربی و پیش‌بینی شده از مدل پایک برای محدوده‌های دانه‌بندی مختلف از ذرات و در سرعت‌های مختلف همزن

اندازه متفاوت ذرات

- [9] G. Agar, J. Chia, and L. Requis-c (1998) "Flotation rate measurements to optimize an operating circuit", *Minerals Engineering*, 11, 4, 347-360
- [10] T. Subrahmanyam and E. Forssberg (1988) "Froth characteristics and grade-recovery relationships in the flotation of lead-zinc and copper ores", *Minerals Engineering*, 1, 1, 41-52
- [11] B. Radoev and L. Alexandrova (1992) *Froth Flotation Kinetics—Theory and Model Experiments*, in *Innovations in Flotation Technology* Springer,
- [12] T. Napier-Munn and B.A. Wills (2005) "Wills' mineral processing technology",
- [13] B. Pyke, D. Fornasiero, and J. Ralston (2003) "Bubble particle heterocoagulation under turbulent conditions", *Journal of Colloid and Interface Science*, 265, 1, 141-151
- [14] B. Pyke (2004) *Bubble-particle capture in turbulent flotation systems*, Thesis,
- [15] J. Duan, D. Fornasiero, and J. Ralston (2003) "Calculation of the flotation rate constant of chalcopyrite particles in an ore", *International Journal of Mineral Processing*, 72, 1-4, 227-237
- [16] B. Shahbazi, B. Rezai, S.M.J. Koleini, and M. Noparast (2013) "The effect of bubble surface area flux on flotation efficiency of pyrite particles", *Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering (IJCCE)*, 32, 2, 109-118
- [17] P.J.T. Mills (1992) *Modelling of the mixing characteristics and flotation kinetics of the collection zone in flotation columns*, Thesis, University of Cape Town,
- [18] M. Safari, M. Harris, D. Deglon, L. Leal Filho, and F. Testa (2016) "The effect of energy input on flotation kinetics", *International Journal of Mineral Processing*, 156, 108-115
- [19] G. Cheng, C. Shi, X. Yan, Z. Zhang, H. Xu, and Y. Lu (2017) "A study of bubble-particle interactions in a column flotation process", *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, 53,
- [20] M. Karimi, G. Akdogan, and S. Bradshaw (2014) "A computational fluid dynamics model for the flotation rate constant, Part I: Model development", *Minerals Engineering*, 69, 214-222
- [21] C. Gomez and J. Finch (2007) "Gas dispersion measurements in flotation

به نظر می‌رسد مدل پایک به اصلاحاتی نیاز داشته باشد تا کارایی فاز کف و دنباله‌روی را نیز در پیش‌بینی ثابت نرخ شناوری در نظر گیرد. زیرا در شرایطی که دنباله‌روی قابل ملاحظه‌ای از ذرات وجود داشته باشد (به عنوان مثال در محدوده ابعادی ریزدانه) یا عمق کف، زیاد و قابل ملاحظه باشد، مدل پایک کارایی لازم را نخواهد داشت.

تشکر و قدردانی

از مدیریت و کارشناسان محترم آزمایشگاه خطوط ۵، ۶ و ۷ گل‌گهر و پژوهشکده سنگ‌آهن گل‌گهر به ویژه جناب آقایان مهندس حاجی‌زاده و مهندس قربان‌نژاد که ما را در انجام این تحقیق یاری دادند و همچنین از جناب آقای دکتر صمدزاده که با راهنمایی‌های خویش گره‌گشای مشکلات بودند، صمیمانه قدردانی می‌شود.

مراجع

- [1] J.-G. Zhang (1989) *Factors affecting the kinetics of froth flotation*, Thesis, University of Leeds, England
- [2] G. Agar and J. Barrett (1983) "The use of flotation rate data to evaluate reagents", *CIM bulletin*, 76, 851, 157-162
- [3] C. Ek (1992) *Flotation kinetics*, in *Innovations in Flotation Technology* Springer,
- [4] P. Lazic and N. Calic (2000) "Boltzman's model of flotation kinetics", *Proc. XXI IMPC (Rome), vol. B, p. B8a, 87-93*
- [5] J. Laskowski, Z. Xu, and R. Yoon (1992) "Energy barrier in particle-to-bubble attachment and its effect on flotation kinetics", *Industrie Minerale Mines Et Carrieres Les Techniques*, 95-95
- [6] O. Bogdanov, V. Hainman, and I. Maximov (1964) "On certain physical-mechanical factors determining the rate of flotation", *Proc. VII IMPC, New York, Gordon & Breach*, 169, 174
- [7] J. Oliveira, S. Saraiva, J. Pimenta, and A. Oliveira (2001) "Kinetics of pyrochlore flotation from Araxa mineral deposits", *Minerals engineering*, 14, 1, 99-105
- [8] M. Xu (1998) "Modified flotation rate constant and selectivity index", *Minerals Engineering*, 11, 3, 271-278

- [28] B. Shahbazi and B. Rezai (2015) "The effect of micro turbulence on Quartz Flotation Rate", *Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering (IJCCE)*,34, 3, 79-89
- [22] H. Naghavi, A. Dehghani, and M. Karimi (2019) "The effects of froth depth and impeller speed on gas dispersion properties and metallurgical performance of an industrial self-aerated flotation machine", *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*,119, 7, 661-669
- [23] L. Koval and D. Matysek (2014) "Evaluation of Contact Angle on Pyrite Surface", *Inżynieria Mineralna*,15, 2, 119-125
- [24] R. Yoon (2005) *Flotation model development from first principles*, Conference Paper,
- [25] H. Schubert (1985) "On some aspects of the hydrodynamics of flotation processes", *Flotation of Sulphide Minerals*,
- [26] H. Schubert (1989) "The role of turbulence in mineral processing unit operations", *Challenges in Mineral Processing*,272-289
- [27] H. Darabi, S.J. Koleini, D. Deglon, B. Rezai, and M. Abdollahy (2019) "Investigation of bubble-particle interactions in a mechanical flotation cell, part 1: Collision frequencies and efficiencies", *Minerals Engineering*,134, 54-64

## Evaluation of Pyke model in Denver laboratory flotation cell for predicting pyrite flotation rate constants at different impeller speeds and particle sizes

Hadi Naghavi<sup>1</sup>, Ali Dehghani<sup>1,\*</sup>, Mohsen Karimi<sup>2</sup>

1. Mining and Metallurgical Engineering Department, Yazd University, Yazd, Iran
2. Second Department of Chemistry and Chemical Engineering, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden

---

### ABSTRACT

The Pyke model is one of the fundamental models developed to predict the flotation rate constant. The model incorporates the effect of turbulence and hydrodynamic properties in the response of flotation sub-processes. The model has been evaluated in Rushton turbine flotation cells, which are induced-air flotation cells. The Denver self-aerated flotation cell is the most commonly used laboratory cell. The cell has fundamental differences in its aeration mechanism with a Rushton turbine tank aeration system. In this research, an attempt was made to investigate the performance of the Pyke model in predicting the flotation rate constant of pyrite from iron ore concentrate at different particle size ranges and impeller speeds. The experimental results showed that the flotation rate constants of intermediate and coarse particles were in the range of 1.1-2.1 and 0.8-1.1 s<sup>-1</sup>, respectively. In contrast, the fine particles had the lowest flotation rate constant in the range of 0.4-1.4 s<sup>-1</sup>. Besides, it was found that the flotation rate constants calculated using Pyke model are very similar to that of experiments for the coarse and intermediate particle sizes at different impeller speeds. However, for fine particles, the relative error between the measured and predicted values was greater than 4%. Some sources of error and limitations of the Pyke model are also discussed.

All right reserved.

---

### ARTICLE INFO

Article history:

Received: January 2, 2020

Received in revised form: August 14, 2020

Accepted: August 31, 2020

---

#### Key words:

Flotation

Flotation rate constant

Pyke Model

Particle size rang

\* Corresponding author  
a.dehghani@yazd.ac.ir